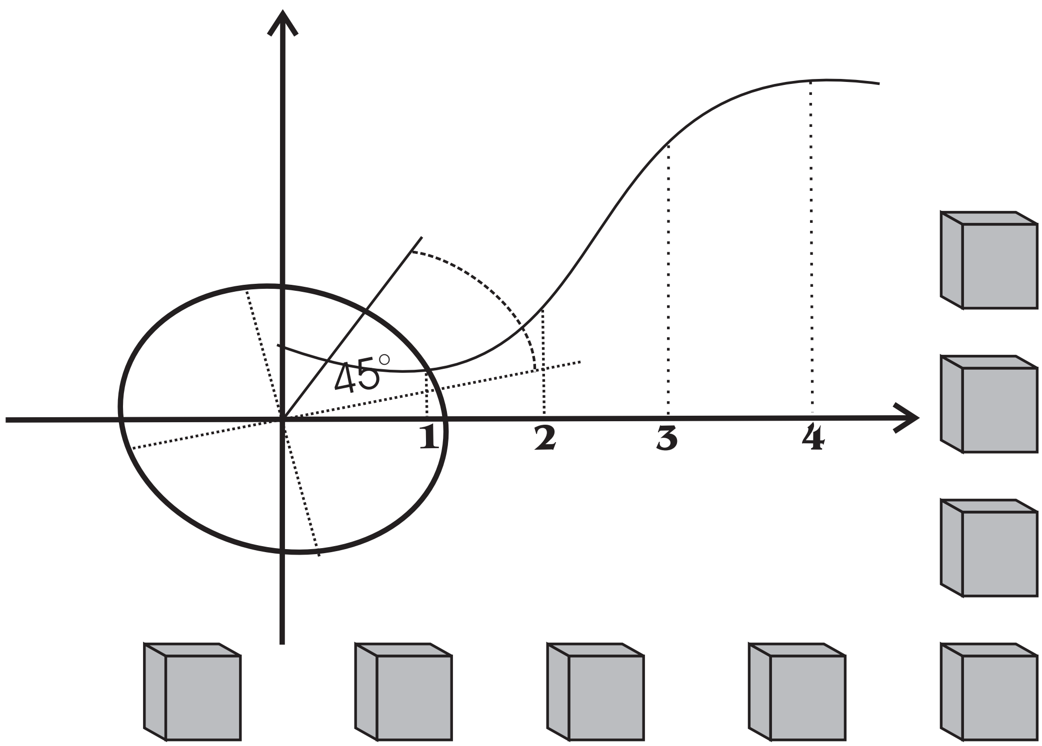
PAKET PEMBINAAN PENATARAN

Drs. Setiawan, M.Pd.

PEMBELAJARAN TRIGONOMETRI BERORIENTASI PAKEM DI SMA



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
PUSAT PENGEMBANGAN PENATARAN GURU MATEMATIKA
YOGYAKARTA 2004

C11.P/PP/PPP/2004
UNTUK KALANGAN SENDIRI

Nama Kegiatan:

PENULISAN MODUL
PAKET PEMBINAAN PENATARAN

Judul Naskah Asli:

Pembelajaran Trigonometri Berorientasi PAKEM di SMA

Penulis:

Drs.Setiawan, M.Pd.

Penilai:

Dra. Sri Daru Uroningsih, M.Si.
Winarno, M.Sc.

Editor:

Drs. Sukardjono, M.Pd.

Ilustrator:

Victor Deddy Kurniawan, SS.

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
PUSAT PENGEMBANGAN PENATARAN GURU MATEMATIKA
YOGYAKARTA 2004

Daftar Isi

Bab I
Pendahuluan

A. Latar Belakang

Pada umumnya hasil pembelajaran matematika di Indonesia, termasuk pembelajaran trigonometri di SMA masih jauh dari memuaskan, bahkan kadang-kadang boleh dikatakan masih mengecewakan. Hal ini dapat dilihat dari hasil NEM EBTANAS maupun Nilai UAN dari tahun ke tahun, untuk matematika yang di dalamnya termasuk trigonometri termasuk dalam kategori “rendah”.

Meskipun sudah banyak dilakukan penataran-penataran guru dalam rangka *inservice training* untuk meningkatkan mutu pembelajaran matematika di SMA yang pada gilirannya diharapkan akan dapat meningkatkan prestasi siswa dalam matematika, yang sudah barang tentu termasuk trogonometri di dalamnya, pada kenyataannya belum menunjukkan kemajuan yang berarti. Menyimak hasil Monitoring dan Evaluasi (ME) yang diselenggarakan oleh Pusat Pengembangan dan Penataran Guru (PPPG) Matematika tahun 2003 dalam rangka pembinaan dan tindak lanjut paska penataran sekaligus dalam rangka TNA (*Training Need Assessment),* untuk materi ajar trigonometri menunjukkan bahwa kesulitan guru dalam pengelolaan pembelajaran trigonometri ini menduduki peringkat di atas. Sehingga harus diterima sebagai kenyataan bahwa pengelolaan pembelajaran untuk materi ajar trigonometri di lapangan masih banyak dijumpai berbagai kesulitan dan kendala, baik dari segi pengelolaan pembelajaran dari guru maupun dari sisi pemahaman siswa.

Paradigma baru dalam pendidikan dalam pendidikan matematika di Indonesia, menurut Zamroni (dalam Sutarto Hadi,2000), seharusnya memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

1. Pendidikan lebih menekankan pada proses pembelajaran (*learning*) dari pada pengajaran (*teaching)*
2. Pendidikan diorganisir dalam suatu struktur yang fleksibel.
3. Pendidikan memperlakukan peserta didik sebagai individu yang memiliki karakteristik khusus dan mandiri, dan
4. Pendidikan merupakan proses yang berkesinambungan dan senantiasa berinteraksi dengan lingkungan.

Mengacu pada Rambu-rambu Pelaksanaan Kurikulum 2004, beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam pelaksanaan kegiatan pembelajaran di antaranya adalah :

1. Mengkondisikan siswa untuk menemukan kembali rumus, konsep, atau prinsip dalam matematika melalui bimbingan guru, agar siswa terbiasa melakukan penyelidikan dan menemukan sesuatu.
2. Pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika.
3. Dalam setiap kesempatan, pembelajaran matematika hendaknya memulai pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi (*contextual problem*). Dengan mengajukan masalah-masalah kontekstual secara bertahap siswa dibimbing untuk menguasai konsep-konsep matematika.

Di samping itu sampai dengan saat ini anggapan di lapangan mata pelajaran matematika masih merupakan mata pelajaran yang cenderung kurang menarik dan sukar bagi siswa. Demikian juga melihat hasil UAN dari matematika secara umum belum menunjukkan hasil yang menggembirakan, jadi efektifitas pembelajaran belum menunjukkan memperoleh taraf yang tinggi. Dengan demikian belum ada indikasi bahwa pembelajaran matematika dan trigonometri merupakan matapelajaran yang menarik dan menyenangkan bagi siswa.

Untuk menjawab tantangan di atas dan mencermati perkembangan pembelajaran matematika di dunia dewasa ini, maka dikembangkanlah Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM)

B. Tujuan Penulisan Paket

Penulisan Pembelajaran Trigonometri berorientasi PAKEM di SMA ini mempunyai beberapa tujuan, di antaranya:

1. menambah wawasan para guru matematika SMA, mengenai trigonometri agar agar dapat menyajikan materi ajar ini dengan baik.
2. menambah jumlah referensi tentang pembelajaran trigonometri, dengan pendekatan PAKEM, sehingga diharapkan dapat membantu para guru matematika SMA di dalam mengelola pembelajarannya.

3. menambah referensi bagi guru matematika tentang pembelajaran trigonometri yang diupayakan sejauh mungkin dengan pendekatan kontekstual, mengacu pada rambu-rambu pelaksanaan Kurikulum 2004.

C. Ruang Lingkup

Ruang lingkup dari penulisan paket ini adalah:

1. Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM)
2. Mengacu pada standar kompetensi, kompetensi dasar serta indikator yang telah dirumuskan, maka materi ajar yang dapat dikembangkan adalah sebagai berikut :
   a. ukuran sudut
   b. menentukan sinus, kosinus dan tangen suatu sudut
   c. menggunakan rumus sinus dan kosinus
   d. rumus jumlah dan selisih dua sudut
   e. menggunakan rumus sinus, kosinus dan tangen sudut ganda

D. Sasaran

Sasaran dari paket ini adalah:

1. Peserta penataran guru matematika SMA yang diselenggarakan oleh PPPG Matematika Yogyakarta
2. Para guru matematika pada umumnya.

E. Pedoman Penggunaan Paket

Pelajarilah uraian materi yang tercantum dalam ruang lingkup tersebut di atas. Pada akhir uraian materi diberikan soal latihan untuk dikerjakan, dengan maksud untuk lebih memantapkan pemahaman materi tersebut. Jadikan soal-soal latihan tersebut sebagai bahan evaluasi diri. Pendekatan yang disarankan menurut paket ini adalah suatu alternatif, di samping itu pembaca dapat mengambil pendekatan lain mengacu pada pendekatan PAKEM yang pembaca yakini lebih tepat.

Bab II

Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM)

Pembelajaran matematika yang aktif, kreatif, efektif dan menyenangkan (PAKEM) pada hakikatnya adalah suatu strategi pembelajaran terpadu, yang menggunakan strategi, metoda, pendekatan dan teknik pengajaran terpadu sedemikian rupa baik prosedur maupun tujuan pembelajarannya dapat terlaksana dan tercapai dengan baik.

Menyimak pemaparan Fadjar Shadik (1999), masalah *trend* dan berbagai issue tentang pembelajaran matematika dewasa ini, dapat dikatakan bahwa pembelajaran PAKEM dikembangkan, atas dasar tuntutan karena perubahan paradigma pembelajaran matematika, yaitu:

- Peralihan pendidikan matematika dari bentuk formal (teori dan latihan) ke reinvention, proses (activities), penerapan dan pemecahan masalah nyata
- Perubahan paradigma dari guru mengajar ke siswa belajar
- Peralihan dari belajar perorangan ke belajar bersama (*cooperative learning*)
- Peralihan dari dasar positivistik (behavioristik) ke konstruktivistik, atau dari *subject centered* ke *clearer centered* (terbentuk/terkonstruksinya pengetahuan), suatu teori baru yang menyatakan bahwa pengetahuan terbentuk di dalam pikiran sendiri oleh siswa sendiri berdasar pada pengetahuan yang sudah dipunyainya.
- Peralihan dari teori pemindahan pengetahuan (*knowledge transmitted*) ke bentuk interaktif, investigatif, eksploratif, kegiatan terbuka, ketrampilan proses dan pemecahan masalah.
- Peralihan dari belajarar menghafal (*rote learning*) ke belajar pemahaman (*learning of understanding)*
- Penyempurnaa evaluasi dengan *authentic assessment* seperti misalnya portofolio, jurnal, proyek, laporan siswa, unjuk kinerja atau yang lain.

Di bawah ini diutarakan secara sekilas strategi PAKEM yang dikembangkan untuk mencapai tujuan pembelajaran matematika, sehingga dicapainya baik standar kompetensi maupun kompetensi-kompetensi dasar yang dikembangkan dari padanya.

A. Pembelajaran Aktif dalam Matematika.

Pembelajaran Aktif atau yang akrab kita kenal dengan istilah Cara Belajar Siswa Aktif (CBSA) atau *Student Active Learning (SAL),* sebenarnya dalam dunia pendidikan bukanlah barang baru, tetapi di Indonesia sekitar tahun sembilan puluhan saat dipopulerkan secara nasional barangkali disebut baru. Pengertian CBSA sendiri tidak mudah didefinisikan secara tegas, sebab bukankah belajar itu sendiri wujud dari keaktifan siswa, walaupun derajat keaktifan bisa saja tidak sama, di samping ada banyak sekali keaktifan yang tidak dapat diukur atau diamati, misalnya menggunakan khasanah pengetahuannya untuk memecahkan masalah, memilih teorema–teorema, konsep-konsep untuk membuktikan suatu proposisi, melakukan asimilasi dan akomodasi dalam rangka memahami pelajaran dan sebagainya. Keaktifan dalam pembelajaran adalah lebih banyak berupa *keaktifan mental* meskipun dalam beberapa hal ada juga yang diwujudkan dengan *keaktifan fisik*.

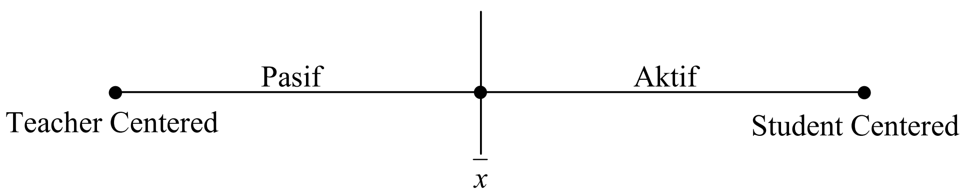
Sejalan dengan faham konstruktivisme, diyakini bahwa mengajar tidak dapat disamakan dengan menuangkan air kedalam botol, atau menuliskan suatu informasi pada selembar kertas. Konstruktivisme berlandaskan pada dua hipotesis yaitu:

1. Pengetahuan dibangun (dikonstruksi) secara aktif oleh dan dalam diri subyek belajar, bukan secara pasif diterima dari lingkungan belajar.
2. Peranjakan dalam memahami sesuatu pengetahuan merupakan proses adaptif, yang mengorganisasikan pengalaman si pebelajar dalam interaksi dengan lingkungannya. (Vigotsky (dalam Suparno, 1997))

Dalam faham konstruktivisme diyakini bahwa pengetahuan (knowledge) tentang sesuatu merupakan konstruksi (bentukan) oleh subyek yang (akan, sedang) dalam proses memahami sesuatu itu. Pengetahuan bukanlah gambaran dari dunia kenyataan yang ada, pengetahuan selalu merupakan akibat dari suatu konstruksi kognitif kenyataan melalui kegiatan seseorang. (Paul Suparno, 1997). Pengetahuan bukanlah tentang dunia yang lepas dari pengalaman tetapi merupakan ciptaan manusia yang dikonstruksikan dari pengalaman atau dunia sejauh dialaminya. Proses pembuktian ini berjalan terus menerus setiap kali mengadakan reorganisasi karena adanya suatu pemahaman yang baru (Peaget, 1991). Pengetahuan selalu merupakan konstruksi dari seseorang yang mengetahui, maka tidak dapat ditransfer kepada penerima yang pasif. Penerima sendiri harus mengkonstruksikan sendiri pengetahuan itu. Semua yang lain entah obyek maupun lingkungan, hanyalah sarana untuk terjadinya konstruksi tersebut (Paul Suparno, 1997).

Berangkat dari pandangan ini maka seorang siswa akan dapat memahami matematika (termasuk di dalamnya Trigonometri SMA) hanya apabila siswa secara aktif mengkonstruksikan pengetahuan yang ada pada dirinya lewat pengalamannya dengan lingkungan lewat pengalaman belajar mereka. Dalam pembelajaran aktif, siswa lebih berpartisipasi aktif sedemikian sehingga kegiatan siswa dalam belajar jauh lebih dominan dari kegiatan guru dalam mengajar.

Tetapi perlu diketahui bahwa pembelajaran aktif bukan merupakan konsep yang memisahkan pembelajaran secara dikotomis menjadi pembelajaran aktif dan pembelajaran pasif, derajad keaktifan dapat mempunyai rentang dari sangat rendah, rendah, sedang, agak tinggi sampai dengan tinggi, sebagaimana digambarkan dalam diagram di bawah ini.



B. Pembelajaran Matematika yang Kreatif

Apabila pembelajaran aktif penekanannya adalah bagaimana siswa secara aktif mengkonstruksi pemahamannya tentang sesuatu yang dipelajarinya, maka pembelajaran kreatif penekanannya bagaimana guru sebagai fasilitator dalam pembelajaran matematika ini mampu memfasilitasi proses belajar mengajar sehingga memberi suasana yang kondusif untuk siswa belajar. Dengan bermodal pada pengalaman dan pengetahuannya serta mau terus belajar dan mengamati dan berkreasi dengan memanfaatkan lingkungan sekitar, sehingga tercapailah tujuan pembelajaran dengan baik. James E. Stice seorang professor kawakan dari North Carolina Universty bersama Richard Felder pada tahun 1991 secara kreatif mendirikan *National Effective Teaching Institute* (NETI), di bawah ini adalah saran-saran yang diajukannya bagaimana seorang guru secara kreatif menciptakan suasana yang kondusif dalam pembelajarannya agar efektif, "Saya jamin!, anda akan melihat keberhasilannya!, untuk anda dan untuk siswa anda !" katanya. Untuk itu Stice memberikan saran-sarannya:

1. *Fahamilah apa yang sedang anda bicarakan!*

   Untuk ini guru tidak boleh lagi berfalsafah boleh "menang semalam" dari muridnya, berbagai survey yang masih diikuti survey berikutnya, akhirnya sampai pada suatu kesimpulan dari hasil penilaian siswa kepada gurunya (sebagai umpan balik), menunjukkan bahwa siswa tidak dengan mudah menerima materi pengajaran yang tidak disiapkan oleh gurunya sendiri. Hal ini menuntut guru secara kreatif mempersiapkan materi pembelajaran, tidak sekedar mencomot dari sana sini dan belum dikemas dan dimodifikasikan sesuai dengan kondisi lapangan. Sebagai contoh meskipun di pasaran banyak terjual berbagai buku-buku teks pembelajaran matematika yang berdasar promosinya membantu guru tinggal dilaksanakan di kelas begitu saja, namun jika tidak dilakukan modifikasi oleh guru yang bersangkutan hasilnya tidak optimal.

2. *Ajarilah dan kedepankan dengan contoh!*

   Guru harus menunjukkan bahwa keberhasilan seseorang menjadi mantap secara intelektual, menjadi lebih profesional adalah karena pengetahuan dari hasil belajarnya. Dapat dicontohkan di sini bahwa orang-orang yang berhasil baik dalam bidang ekonomi dan industri maupun dalam dunia politik adalah karena hasil belajar mereka, mereka selalu belajar dan belajar untuk lebih baik lagi.

3. *Hargailah siswa anda!*

   Salah satu bagian dari menghargai siswa adalah membuatnya berani mengajukan suatu pertanyaan dan berani mengetengahkan pendapatnya.

   Bahwa salah satu keberhasilan guru matematika dalam mengembangkan pembelajarannya adalah menjadikan siswa berani mengajukan pertanyaan dan berani menyatakan pendapatnya.

4. *Berilah selalu motivasi siswa anda!*

   Belajar akan menjadi lebih efektif apabila sipebelajar dimotivasi dan disemangati untuk ambil bagian dalam menyelesaikan tugas dalam belajarnya. Pertahankanlah ketertarikan siswa menggunakan materi pelajaran dengan berbagai contoh dan variasinya.

Dengan demikian guru dituntut secara kreatif untuk selalu memberi motivasi sepanjang jalannya pembelajaran dan terus mengupayakan ketertarikan siswa tersebut.

Sebagai contoh dalam memberi motivasi yang nampaknya sepele tetapi berdasar pengalaman berdampak cukup baik adalah pemberian penghargaan bagai siswa yang telah selesai lebih dulu dengan benar tugas yang diberikan kepadanya setidak-tidaknya pemberian pujian.

5. *Konstruksikan selalu tujuan pembelajaran yang akan anda laksanakan!*

   Dengan telah dikonstruksikan tujuan pembelajaran, maka anda dapat memilih kegiatan-kegiatan kelas, memilih bacaan, dan penetapan tugas rumah yang lebih fokus untuk membantu siswa meningkatkan kemampuannya. Dari sini guru dituntut secara kreatif mengembangkan silabus sehingga mampu diselenggarakannya suatu proses pembelajaran sehingga diwujudkannya kompetensi dasar yang telah ditetapkannya.

6. *Ajarilah siswa problem solving skill!*

   Siswa-siswa mengerti banyak, tetapi tidak banyak dari mereka yang mengerti bagaimana menerapkan pengetahuannya untuk menyelesaikan problem yang belum pernah ia pelajari sebelumnya. Di sini kreatifitas guru dituntut meningkatkan kemampuan *problem solving* siswa. Terlebih-lebih menanggapi segera didiseminasi-kannya Kurikulum 2004 yang secara tegas di dalam Rambu-rambu pelaksanaan kurikulum disebutkan bahwa “Pendekatan pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika”.

7. *Katakanlah dan Perlihatkan!*

   Kebanyakan yang kita ajarkan adalah abstrak. Kita seringkali menerapkan kecanggihan matematika untuk menurunkan suatu relasi, membangun suatu konsep, dan memaksakan dengan itu semua untuk memecahkan masalah. Sehingga sering dijumpai siswa melewati itu semua tanpa memahami secara realitas fenomena pokok yang sedang didiskusikan. Jawablah tantangan itu secara kreatif dengan memvariasikan metoda-metoda yang dapat membuatnya lebih konkret, atau yang dikenal dengan pembelajaran kontekstual. Dengan merelasikan konsep-konsep dengan situasi dunia real, memberanikan kelompok kerja menggunakan cara apapun untuk dapat mengetuk pintu pengetahuan siswa.

8. *Baca dan baca terus model-model pembelajaran!*

   Terdapat banyak model-model pembelajaran-pemahaman berikut dasar-dasar psikologinya. Belajar tentang berbagai jalan yang dilalui oleh orang yang belajar, adalah langkah pertama untuk mengeliminasi tidak sesuainya (*mismatch*) antara gaya belajar siswa dengan gaya mengajar anda.

9. *Ajarkan siswa anda tentang belajar!*

   Seseorang dapat anda jadikan figure idola dalam belajarnya dengan style yang berbeda-beda. Secara kreatif anda dapat menceritakan gaya belajar *penemu* atau *gaya belajar Kolb.* Demikian juga Dunn dan Dunn (dalam Kemp, 1985), merancang sebuah "catatan gaya belajar" bagi kelompok pelajar usia sekolah dan sebuah instrumen kedua untuk pelajar dewasa, sehingga siswa dapat memilih gaya belajar yang paling mereka sukai. Yang intinya adalah mencari (1) lingkungan jasmani langsung, (2) keadaan perasaan seseorang, (3) kebutuhan seseorang untuk bermasyarakat, (4) kebutuhan jasmani seseorang. Dengan memahami gaya-gaya belajar yang dia senangi, siswa dapat menentukan cara belajar yang efektif untuk diri mereka.

10. *Konstrusikan test yang valid!*

    Buatlah test yang benar-benar sahih dan reliabel, mengacu kompetensi dasar yang ingin dicapai, dan pengembangan silabus yang telah dirumuskanya.

    Untuk tingkat sederhana tes yang anda buat dimintakan pertimbangan guru yang lain.

C. Pembelajaran Matematika yang Efektif.

1. Resep Pembelajaran Efektif

Kanold (dalam Suryanto, 1999) mengemukakan resep pembelajaran efektif, yang meliputi perencanaan, penyajian, dan penutupan sebagai berikut:

a. *Perencanaan*

Membuat rencana (di rumah, sebelum mengajar) sehingga dapat:

1) Memulai pertemuan dengan tinjauan singkat atau dengan maslah pembuka selera;
2) Memulai pelajaran dengan pemberitahuan tujuan dan alasan, secara singkat;
3) Menyajikan bahan pelajaran baru sedikit demi sedikit, dan di antara bagian-bagian penyajian yang sedikit itu memberikan kesempatan kepada siswa untuk memahami, mencobakan, bertanya, dan sebaganya;
4) Memberikan petunjuk yang rinci untuk setiap tugas bagi siswa;
5) Memeriksa pemahaman siswa dengan jalan mengajukan banyak pertanyaan dan memberikan latihan yang cukup banyak;
6) Membolehkan siswa bekerjasama sampai pada tingkat siswa dapat mengerjakan tugas secara mandiri.

b. *Penyajian*

Mengimplementasikan rencana yang telah dibuat dengan:

1) Pemeriksaan pemahaman oleh siswa dilakukan dengan pemberian tugas kepada siswa. Guru memberikan penjelasan pembuka jalan, kemudian siswa menyelesaikan tugas itu, lalu guru berkeliling memeriksa hasil pembelajaran, memberi bantuan, siswa membuat ringkasan proses langkah-langkah penyelesaian tugas tersebut.
2) Pertanyaan diajukan kepada seluruh siswa; siswa diberi waktu cukup untuk menemukan jawaban; baru kemudian salah seorang siswa ditunjuk secara acak untuk menjawab pertanyaan tadi; akhirnya jawaban ditawarkan kepada siswa lain untuk menilai kebenaran atau ketepatannya.
3) Pada pembelajaran tentang konsep atau prosedur, siswa mengerjakan latihan terbimbing. Guru membimbing dengan menugasi siswa bekerja berkelompok kecil atau berpasangan untuk "merumuskan jawaban atas latihan itu", "menyelidiki pola yang mungkin ada", "menyusun strategi yang diperlukan dalam mengerjakan latihan itu", dan sebagainya.

c. *Penutup pertemuan*

1) Jika sisa waktu tinggal sedikit, digunakan untuk membuat ringkasan dari pelajaran yang baru saja selesai.
2) Jika sisa waktu agak banyak, digunakan untuk membicarakan langkah awal dari penyelesaian tugas yang harus dikerjakan di rumah.

2. *Cooperative Learning* sebagai Suatu Pendekatan dalam Strategi Pembelajaran Efektif.

Pembelajaran kooperatif atau pembelajaran gotong-royong adalah salah satu jenis belajar kelompok, dengan kekhususan sebagai berikut:

a. Kelompok terdiri atas anggota yang heterogen (kemampuan, jenis kelamin, etnik dan sebagainya)
b. Ada ketergantungan yang positif di antara anggota-anggota kelompok, karena setiap anggota kelompok bertanggung jawab bertanggung jawab atas keberhasilan melaksanakan tugas kelompok dan akan diberi tugas individual (tugas tidak selalu berupa tugas mengerjakan soal, dapat juga memahami materi pelajaran, sedemikian hingga dapat menjelaskan materi itu)
c. Kepemimpinan dipegang bersama, tetapi ada pembagian tugas selain kepemimpinan.
d. Guru mengamati kerja kelompok dan melakukan intervensi bila perlu.
e. Setiap anggota kelompok harus siap menyajikan hasil kerja kelompok

Hasil dari beberapa penelitian menunjukkan bahwa belajar kooperatif merupakan pendekatan pembelajaran yang efektif untuk semua jenjang sekolah dan untuk berbagai mata pelajaran, termasuk pelajaran matematika (Suryanto, 1999). Pada pembelajaran matematika di kelas, belajar matematika dengan pembelajaran kooperatif adalah kelompok kerja yang kooperatif, adalah lebih dari sekedar kompetitif. Pada kegiatan ini sekelompok siswa belajar dengan pasti atau mendiskusikan tugas-tugas matematika yang diberikan gurunya, saling membantu menyelesaikan tugas atau memecahkan masalah.

Slavin (1995) menyatakan bahwa idea yang melatar belakangi pembelajaran kooperatif adalah bahwa jika seseorang menghendaki sukses sebagai suatu tim, maka mereka harus memberi dorongan kepada anggota tim yang lain agar menyempurnakan pemahamannya dan akan membantu mereka untuk berbuat. Dewasa ini penelitian-penelitian di Amerika Serikat dan beberapa tempat telah disusun secara sistematis dan praktis tentang *cooperative learning*, telah didokumentasikan beberapa dampak dari strategi ini dan telah diaplikasikan secara luas ke dalam perbagai pembelajaran pada perbagai lingkup kurikulumnya. Metode-metode ini secara luas dan ekstensif telah digunakan pada hampir semua bidang studi dan semua jenjang pendidikan mulai dari taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi, pada semua jenis sekolah di seluruh dunia (Slavin,1995). Hasil yang dapat dipetik lewat pembelajaran kooperatif ini, sebagaimana yang berhasil ditangkap oleh para peneliti, menunjukkan diperolehnya keuntungan, baik yang menyangkut sikap sosial yang positif, mampu meningkatkan hasil belajar di samping memberi bekal ketrampilan hidup pada mereka.

Dikenal beberapa macam pembelajaran kooperatif, yang sudah barang tentu jenis kegiatan belajar gotong-royong ini dipilih disesuaikan dengan tujuan pembelajaran dan sifat khusus yang dimiliki oleh masing-masing kompetensi dasar yang ingin dicapainya.

3. Pembelajaran Bermakna dan Kontekstual sebagai suatu Pembelajaran Efektif dalam strategi PAKEM

Di dalam taksonomi belajar menurut Gagne (dalam Skemp,1985) menempatkan obyek pembelajaran matematika dapat berupa fakta, konsep, prinsip dan skill (algoritma) yang sebagian besar abstrak, sehingga perlu dipilih strategi pembelajaran sedemikian hingga terdapat keserasian antara pengajaran yang menekankan pada pemahaman konsep dan pengajaran yang menekankan ketrampilan menyelesaikan soal serta pemecahan masalah. Pengajaran hendaknya dimulai dari hal yang mudah baru beranjak ke hal yang sukar, dan dari hal yang sederhana beranjak ke hal yang kompleks.

Dalam rambu-rambu pelaksanaan Kurikulum Matematika SMA yang berlaku dewasa ini, ditekankan bahwa dalam setiap kesempatan, pembelajaran matematika hendaknya memulai dengan pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi (*contextual problem)*. Dengan mengajukan masalah-masalah kontekstual, siswa secara bertahap, dibimbing untuk menguasai konsep-konsep matematika. Kalau kita cermati rambu-rambu pelaksanaan Kurikulum SMA yang berlaku hingga saat ini, jelas tersirat bahwa kita diharuskan sudah mulai mengimplementasikan pembelajaran kontekstual atau pembelajaran matematika realistik di sekolah-sekolah.

Belajar dan mengajar kontekstual, didasarkan atas asumsi bahwa belajar adalah merepresentasikan suatu konsep yang mengkaitkan mata pelajaran yang dipelajari siswa dengan konteks di mana materi tersebut digunakan serta berhubungan dengan bagaimana seseorang belajar atau cara siswa belajar. Konteks memberikan arti, relevansi dan manfaat penuh terhadap belajar.

Rustana (2001) menyatakan bilamana siswa mempelajari sesuatu yang berarti, dan pada kondisi terbaiknya akan dikatakan bahwa siswa belajar materi pelajaran yang bermakna dalam kehidupannya. Dan akan tambah berarti jika siswa belajar materi pelajaran yang disajikan melalui konteks kehidupan mereka dan mereka menemukan arti dalam di dalam proses pembelajaran, dan proses belajar mengajaran tersebut akan menjadi lebih berarti dan menyenangkan. The Northwest Regional Education Laboratory (dalam Rustana, 2001) mengidentifikasikan adanya enam kunci dasar dari Belajar dan Mengajar Kontekstual, sebagai berikut:

a. *Pembelajaran bermakna*: pemahaman, relevansi, dan penilaian pribadi di mana seorang siswa berkepentingan dengan isi materi pelajaran yang harus dipelajarinya. Pembelajaran dirasakan terkait dengan kehidupan nyata atau dengan kata lain siswa mengerti manfaat isi pembelajaran, sehingga merasa berkepentingan untuk belajar demi kehidupan di masa mandatang. Prinsip ini sejalan dengan konsep pembelajaran bermakna (*meaningful learning*) dari Ausuble. Di mana arti *meaningfull learning* adalah dapat ditransfer dalam kehidupan siswa "kini" dan "kelak".
b. *Penerapan pengetahuan*: kemampuan untuk memahami apa yang dipelajari dan diterapkan dalam tatanan kehidupan dan fungsi di masa sekarang atau di masa depan.
c. *Berfikir tingkat tinggi*: siswa diwajibkan untuk memanfaatkan berfikir kritis dan berfikir kreatifnya dalam mengumpulkan data, pemahaman suatu isu dan

pemecahan suatu masalah, dan mampu menjawab pertanyaan "mengapa" dan "bagaimana".

d. *Kurikulum yang dikembangkan berdasarkan standar*: isi pembelajaran dikaitkan dengan standar lokal, provinsi, nasional, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi serta dunia kerja.

e. *Responsif terhadap budaya*: guru harus memahami dan menghargai nilai, kepercayaan, dan kebiasaan siswa, kawan pendidikan dan masyarakat tempat ia mendidik. Ragam individu dan budaya tersebut akan mempengaruhi pembelajaran dan sekaligus akan berpengaruh terhadap cara mengajar guru. Setidaknya ada 4 hal yang perlu diperhatikan di dalam pembelajaran kontekstual yaitu individu siswa, kelompok siswa baik sebagai tim atau keseluruhan kelas, tatanan sekolah dan besarnya tatanan kumunitas kelas.

f. *Penilaian autentik*: penggunaan berbagai strategi penilaian (misalnya penilaian proyek, unjuk kinerja siswa, penggunaan portofolio, rubrik, daftar cek, pedoman observasi, dan sebagainya) akan merefleksikan hasil belajar sesungguhnya.

Dalam rangka pelaksanaan Belajar dan Mengajar Kontekstual diperlukan berbagai strategi, antara lain:

a. Menekankan pada pemecahan masalah/*problem*.
b. Mengakui kebutuhan belajar dan mengajar untuk terjadi di berbagai konteks misalnya rumah, masyarakat dan lokasi sekolah.
c. Mengajar siswa untuk mengkontrol dan mengarahkan pembelajarannya, sehingga mereka menjadi pembelajar yang mandiri (*self-regulated learners*).
d. Bermuara pada mengajar siswa yang memiliki keragaman konteks hidup.
e. Mendorong siswa untuk belajar dari sesamanya dan bersama-sama atau menggunakan grup belajar interdependen (*interdependent learning group*).
f. Menggunakan penilaian yang sebenarnya (*authentic assessment*)

Usaha yang tak kenal lelah dan terus menerus diusahakan untuk meningkatkan kualitas pendidikan di Indonesia, dan salah satu terobosan yang dilakukan oleh Departemen Pendidikan Nasional adalah pengembangan Belajar dan Mengajar Kontekstual ini, dan diharapkan dapat menunjang pembelajaran matematika yang efektif.

4. *"Problem Posing"*, sebagai Pendekatan Pembelajaran Efektif dalam Strategi PAKEM.

Strategi *problem posing* adalah salah satu strategi pembelajaran melalui pelatihan pembentukan soal. Hasil beberapa penelitian dalam pembelajaran matematika menunjukkan adanya korelasi yang positif antara kemampuan membentuk soal dan kemampuan memecahkan masalah. Pembentukan soal atau pembentukan masalah mencakup dua macam kegiatan, yaitu:

a. Pembentukan soal baru atau pembetukan soal dari situasi atau dari pengalaman siswa.
b. Pembentukan soal dari soal lain yang sudah ada.

Pembelajaran matematika melalui pelatihan pembentukan soal dapat diharapkan merupakan pendekatan yang efektif, karena kegiatan membentuk soal itu sesuai dengan pola pikir matematika, dalam arti:

1) Pengembangan matematika sering terjadi dari kegiatan membentuk soal.
2) Membentuk soal merupakan salah satu tahap dalam berfikir matematis (Suryanto, 1999).

Untuk mengembangkan kemampuan siswa dalam membentuk soal, guru perlu memberikan beberapa contoh dengan cara sebagai-berikut:

a. Membentuk soal dari soal yang sudah ada atau memperluas soal yang sudah ada.
b. Membentuk soal dari suatu situasi, atau berdasarkan gambar di majalah atau surat kabar, atau membuat soal mengenai benda-benda kongkrit yang dapat dikutak-katik.
c. Memberikan soal terbuka.
d. Membentuk sejumlah soal yang mirip, tetapi dengan taraf kesulitan yang bervariasi.

Setelah diberi beberapa contoh soal, seterusnya siswa dapat ditugasi membentuk soal setiap kali selesai mecermati suatu contoh soal atau setelah mengerjakan suatu soal. Dari eksperimen selama empat tahun di Universitas New Mexico dapat disimpulkan bahwa pelatihan pembentukan soal merupakan cara yang efektif untuk mengembangkan keterampilan calon guru sekolah dasar dan sekolah lanjutan untuk meningkatkan kreativitas siswa dalam memecahkan masalah. (Gonzales, (dalam Suryanto, 1999))

Beberapa penelitian pendekatan *problem posing* dalam Proyek Pemerataan Peningkatan Mutu SLTP, pada kesimpulannya bahwa *problem posing* pada pembelajaran matematika dapat meningkatkan aktivitas belajar siswa yang ditunjukkan dengan meningkatnya prestasi belajar mereka.

5. Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan.

a. Pembangkitan Motivasi menuju Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan.

Motivasi yang merupakan syarat utama agar pembelajaran matematika itu menyenangkan merupakan kunci dari pembelajaran yang efektif. Gagne (dalam Bigge, 1982) menyatakan bahwa motivasi untuk pembelajaran adalah dorongan utama yang mengakibatkan seseorang dengan senang hati, terdorong untuk meraih suatu tujuan. Salah satu hambatan dalam pembelajaran matematika adalah bahwa banyak siswa yang tidak tertarik pada matematika itu sendiri, sudah barang tentu termasuk di dalamnya trigonometri.

Dengan adanya motivasi yang baik, siswa akan lebih mudah dan senang belajar matematika. Motivasi dalam pembelajaran matematika adalah usaha-usaha untuk menyediakan kondisi-kondisi sehingga seseorang terdorong untuk belajar lebih baik, dan mempengaruhi siswa sehingga pada diri siswa timbul dorongan untuk belajar, sehingga diperoleh pengertian, pengetahuan, sikap dan penguasaan kecakapan, agar lebih dapat mengatasi kesulitan-kesulitan.

Tim Instruktur Pemantapan Kerja Guru (PKG) Sekolah Menengah (1994), menyimpulkan sejumlah motivasi yang dapat dikembangkan di sekolah, yang dapat dimanfaatkan untuk menjadikannya siswa menyenangi dan termotivasi untuk belajar matematika dan sudah barang tentu untuk pembelajaran Trigonometri SMA, di antaranya

1) Pemberian nilai
2) Persaingan, di sekolah persaingan sering mempertinggi hasil belajar, baik persaingan individual maupun persaingan kelompok.
3) Kerja sama, jika siswa diminta melakukan tugas bersama-sama, saling bantu membantu dalam menunaikan tugas akan mempertinggi kegiatan pembelajaran dan dapat memupuk hubungan sosial yang sehat.
4) Keterlibatan harga diri, bila siswa merasa pentingnya tugas yang harus diembannya maka ia akan menerima sebagai suatu tantangan dengan mempertaruhkan harga dirinya.
5) Tugas atau pertanyaan yang menantang
6) Pujian
7) Penampilan guru, bahwa guru yang menarik perhatian siswa terhadap pelajaran dapat menimbulkan minat yang lebih mendalam terhadap pelajaran itu
8) Suasana yang menyenangkan
9) Pengertian, ia akan berusaha untuk mencapainya. tujuan yang menarik bagi siswa adalah motivasi yang sangat baik.
10) Variasi kegiatan belajar, dengan digunakannya bermacam-macam alat bantu pembelajaran, menceritakan sejarah yang berhubungan dengan topik, kegiatan laboratorium dan *outdoor mathematics* membangkitkan minat dalam belajar matematika.
11) Matematika sebagai rekreasi, bahwa pengajaran yang disisipi teka-teki matematika, permainan dan tebakan yang menyangkut sifat-sifat matematika dapat memberikan pengalaman yang menyenangkan terhadap matematika.

Memang membangkitkan motivasi itu tidak mudah, di bawah ini diberikan beberapa resep dalam pembangkitan motivasi, sehingga siswa akan semakin menyenangi belajar matematika diantaranya:

1) Usahakan agar setiap tujuan pembelajaran itu jelas dan menarik.

2) Usahakan untuk memberikan motivasi dengan contoh. Guru harus berkompeten dalam matematika yang diajarkannya.
3) Guru harus antusias kepada matematika dan memperlihatkan kegemarannya terhadap matematika, dan keguanaannya dalam kehidupan sehari-hari.
4) Ciptakan suasana yang menyenangkan.
5) Usahakan agar siswa sebanyak mungkin terlibat dalam kegiatan belajar mengajar.
6) Hubungkanlah bahan pelajaran dengan kebutuhan siswa.
7) Pujian dan hadiah lebih berhasil untuk menimbulkan motivasi daripada hukuman dan celaan.
8) Pekerjaan dan tugas harus sesuai dengan kematangan dan kesanggupan siswa.
9) Hargailah pekerjaan yang telah dilakukan siswa.
10) Berikanlah kritik dengan senyuman.
11) Usahakanlah agar selalu terdapat motivasi pada setiap langkah proses pembelajaran.

Motivasi merupakan kunci dari pembelajaran yang efektif. Menurut Johnson (dalam Suryanto, 1999) memotivasi dapat dilakukan melalui beberapa cara, yang resepnya di antaranya adalah sebagai berikut:

1) Memotivasi siswa melalui kebiasaan dalam mengajar:
   a) Memulai pelajaran tepat waktu;
   b) Mengajar dengan sering berkeliling kelas untuk memantau siswa;
   c) Menentukan bahwa pada setiap pelajaran (matematika termasuk di dalamnya trigonometri), buku tulis, pulpen/ballpoint/pensil, kalkulator, buku matematika, sudah di atas meja pada awal jam pelajaran;
   d) Menjawab tidak dengan berteriak;
2) Memotivasi siswa dengan jalan menggunakan teknik bertanya yang baik:
   a) Gunakan "seni bertanya";
   b) Tujukan pertanyaan keseluruh kelas (semua siswa)

c) Berikan kesempatan kepada siswa waktu yang cukup untuk menemukan jawaban sebelum menunjuk siswa yang harus menjawab.
d) Memotivasi siswa melalui tugas pekerjaan rumah dan tes :
e) Bantulah siswa sehingga memahami semua bahan pelajaran yang "abstrak";
f) Berilah tugas memecahkan masalah yang sesuai dengan kemampuan individual siswa, sehingga siswa berhasil memecahkannya.
g) Berilah pertanyaan yang sesuai dengan kemampuan siswa sedemikian sehingga siswa itu dapat memberikan jawaban yang benar.

b. Pendekatan Sani menuju ke Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan

Sehubungan dengan betapa pentingnya pembangkitan motivasi dalam pembelajaran matematika pada umumnya dan trigonometri pada khususnya, maka pendekatan **SANI (sa**ntun terbuk**a** dan komu**ni**katif) (Marpaung, 2001), adalah suatu pendekatan kultural yang sangat baik dalam membangkitkan motivasi, dalam usaha mengajak siswa senang belajar matematika. Titik tolak pembelajaran SANI antara lain adalah kenyataan bahwa pembelajaran adalah suatu aktivitas sosial antara siswa dan guru, siswa dengan siswa. Dalam proses pembelajaran matematika harus diciptakan suasana yang tidak menegangkan, dan sejauh mungkin diupayakan agar menyenangkan. Siswa harus dihormati dan diperlakukan secara santun dan diajak terbuka. Berani mengutarakan pikirannya walaupun mungkin pikirannya itu salah, namun demikian perlu dalam proses pembelajaran supaya guru mengetahui masalah yang dialami siswa dan dapat membantu siswa memperbaiki proses berfikir siswa tersebut. Selama proses belajar adalah wajar sekali jika siswa melakukan kesalahan dalam matematika. Kesalahan bukanlah suatu dosa, sebaliknya siswa dengan santun dan dengan bahasa yang komunikatif harus didorong mau belajar dari kesalahan. Cara guru memberi komentar atau menegor siswa yang melakukan kesalahan harus memperlihatkan sikap empatik, dan dalam berkomunikasi dengan siswa perlu menggunakan bahasa yang komunikatif. Dalam pembelajaran tidak seharusnya masih dijumpainya anggapan bahwa hukuman adalah bagian dari proses belajar. Justru sebaliknya hukuman harus dihindarkan tetapi suasana yang hangat, menyenangkan, terbuka harus diciptakan agar siswa senang belajar matematika.

Bab III

Pembelajaran Trigonometri Berorientasi PAKEM di SMA

A. Kompetensi Dasar

Pengembangan silabus dari bahan ajar ini didasarkan atas:

1. Standar Kompetensi:

a. Menggunakan perbandingan, fungsi, persamaan, dan identitas trigonometri dalam pemecahan masalah.

b. Menggunakan manipulasi aljabar untuk merancang rumus trigonometri dan menyususun bukti

2. Kompetensi Dasar

a. Menggunakan sifat dan aturan tentang fungsi trigonometri, rumus sinus dan rumus kosinus dalam pemecahan masalah.

b. Melakukan manipulasi aljabar dalam perhitungn teknis yang berkaitan dengan fungsi trigonometri.

c. Merancang model matematika yang berkaitan dengan fungsi trigonometri, rumus sinus dan kosinus, menyelesaikan modelnya, dan menafsirkan hasil yang diperoleh.

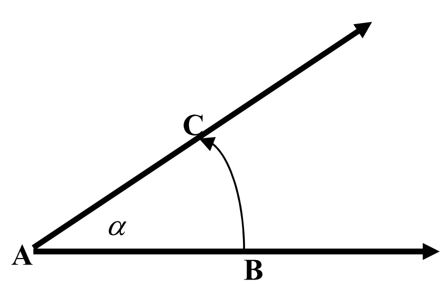
d. Menggunakan rumus trigonometri jumlah dua sudut, selisih dua sudut dan sudut ganda.

e. Merancang rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dan sudut ganda.

B. Memulai Pembelajaran Trigonometri

1. Pengertian Sudut

Di dalam taksonomi belajar menurut Gagne, sudut adalah suatu konsep dasar, maka dari beberapa cara untuk mendefinisikan tentang pengertian sudut, dapat melalui salah satu pendekatan melalui rotasi garis sebagai berikut:



Siswa diminta melukis sinar garis (misal sinar garis $\overrightarrow{AB}$) kemudian putar sinar garis AB tersebut dengan pusat A sampai terjadi sinar garis AC, sehingga terbentuk sudut BAC (biasanya ditulis dengan $\angle BAC$) atau sudut α sebagaimana gambar di atas. Berangkat dari perputaran garis tersebut siswa diajak berdiskusi, agar masing-masing mengkonstruksi konsep sudut pada diri siswa masing-masing.

Konsep tentang sudut secara umum didasarkan atas gerak rotasi suatu sinar garis pada titik pangkalnya, dari posisi awal ke posisi akhir. Jadi gambaran sudut BAC di atas sebagai hasil perputaran sinar garis pada titik pangkal A, dimulai dari posisi awal $\overrightarrow{AB}$ dan berakhir pada posisi $\overrightarrow{AC}$

Untuk memberi notasi sudut di atas, dinamai dengan $\angle BAC$ atau $\angle A$ atau dengan huruf latin α.

2. Ukuran Sudut

Ada tiga macam satuan besar sudut, yaitu sistem seksagesimal, sistem radian dan sistem sentisimal

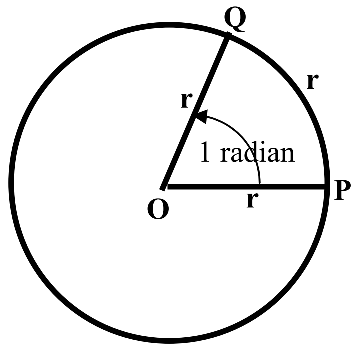
a. Sistem Seksagesimal

Untuk pembelajaran pengukuran sudut ini ditempuh langkah-langkah berikut:

1) Sebagai motivasi digunakan Sejarah Matematika, bahwa berdasarkan hasil penggalian situs pubakala di lembah Mesopotamia (sekarang termasuk daerah Irak), diketemukan bahwa ilmu pengetahuan yang dimiliki bangsa Babilonia pada masa itu sudah sangat tinggi, bahkan dari peninggalan bangsa Sumeria (kira-kira tiga ribu tahun sebelum Masehi) didapati telah membagi satu putaran penuh menjadi 360 bagian yang sama. Inilah yang menurut dugaan para ahli bahwa satu lingkaran penuh dibagi menjadi 360 derajat (ditulis selanjutnya dengan simbul 360^o)
2) Dari ketentuan di atas, dengan mudah dapat ditunjukkan bahwa 1 derajat dibagi menjadi 60 menit ($60'$), dan satu menit dibagi menjadi 60 detik ($60''$).

b. Sistem Radian

Sebagai motivasi diceriterakan bahwa untuk pengukuran sudut elevasi penembakan meriam dalam kemiliteran zaman dulu diperlukan ukuran sudut yang tidak menggunakan ukuran derajat, namun ukuran lain yang lazim kita kenal dengan istilah sistem radian.



Dalam sistem radian yang dimaksud besar sudut satu radian adalah besar sudut pusat dari suatu lingkaran yang panjang busur dihadapan sudut tersebut adalah sama dengan jari-jari lingkaran tersebut.

Sehingga besar sudut POQ = $\dfrac{\text{panjang busur PQ}}{r}$ radian = $\dfrac{r}{r}$ radian = 1 radian.

1) Dengan teknik bertanya untuk meningkatkan derajat keaktifan pembelajaran, maka dibahas hubungan antara sudut dalam seksagesimal dan radial, sebagai berikut :

   $360^o = \dfrac{2\pi r}{r} radian = 2\pi\ radian$ Sehingga diperoleh hubungan

1. $180^0 = \pi$ radian
2. 1 radian $\approx 57{,}296^0 \approx 57^0 17'45''$
3. $1^0 \approx 0{,}017453$ radian

   Kadang-kadang 1 radian dibagi lagi dalam 1000 bagian, dan masing-masing bagian disebut miliradian (ditulis dengan tanda $m\!\!\!/$)

   Jadi: $1^o = \dfrac{\pi}{180} = 0{,}01745 rad = 17{,}45 m\!\!\!/$

c. Satuan Besar Sudut Sistem Sentisimal

Pada instrumen-instrumen untuk keperluan astronomi, peneropongan bintang, teodolit dikenal satuan sudut yang sedikit berlainan dengan kedua ukuran di atas, sistem ini kita kenal dengan nama sistem sentisimal. Pada sistem ini satu putaran penuh adalah 400^g (dibaca "400 grad").

Sehingga besar sudut $\frac{1}{2}$ putaran adalah 200^g

besar sudut $\frac{1}{4}$ putaran adalah 100^g

besar sudut $\frac{1}{400}$ putaran adalah 1^g

Untuk ukuran sudut yang lebih kecil dikenal:

$1^g = 10^{dgr}$ (dibaca : "10 decigrad")

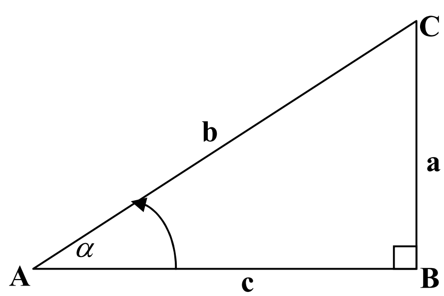
$1^{dgr} = 10^{cgr}$ (dibaca : "10 centigrad")

$1^{cgr} = 10^{mgr}$ (dibaca : "10 miligrad")

$1^{mgr} = 10^{dmgr}$ (dibaca : "10 decimiligrad")

3. Mendefinisikan sinus, kosinus dan tangen

Pendekatan untuk menentukan nilai sinus, kosinus dan tangen mengacu indikator yang dikembangkan dari kemampuan dasar adalah dengan menggunakan perbandingan trigonometri segitiga siku-siku.



Terhadap sudut α, sisi a disebut sisi siku-siku di hadapan sudut α, sisi c disebut sisi siku-siku yang berdekatan dengan sudut α, sedang sisi b disebut hipotenusa

Nilai perbandingan trigonometri dari sudut α didefinisikan sebagai berikut :

sinus α (ditulis dengan notasi **sin** α) = $\dfrac{\textit{sisi}\text{ siku - siku di hadapan sudut } \alpha}{\textit{hipotenusa}} = \dfrac{a}{b}$

kosinus α (ditulis dengan notasi **cos** α) = $\dfrac{\textit{sisi}\text{ siku - siku di dekat sudut } \alpha}{\textit{hipotenusa}} = \dfrac{c}{b}$

tangen α (ditulis dengan notasi **tan** α) = $\dfrac{\textit{sisi}\text{ siku - siku di depan sudut } \alpha}{\text{sisi siku} - \text{siku di dekat sudut } \alpha} = \dfrac{a}{c}$

Catatan untuk guru:

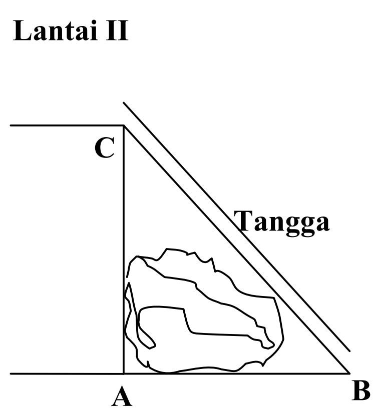
(i) Jika sudut α konstanta, maka sin α, cos α, tan α disebut perbandingan trigonometri

(ii) Jika sudut α variabel, sin α, cos α dan tan α disebut fungsi trigonometri

Seusai siswa kelas X mengkonstruksikan pemahaman konsep dari perbandingan trigonometri sinus, kosinus serta tangen, agar pengertian yang diasosiasi maupun modifikasi di dalam benak siswa tersebut sampai pada pengingatan pengetahuan siap dalam taksonomi belajar menurut Gagne, dapat dipilih strategi *cooperative learning* dengan model *jigsaw* (Slavin) dan pendekatan kontekstual, sebagai berikut:

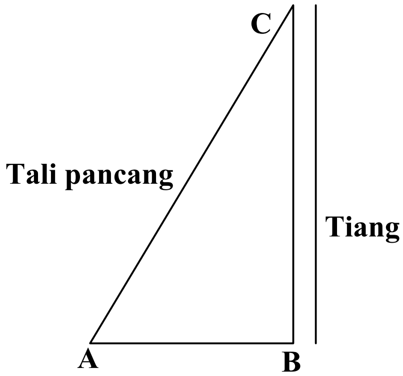
a. Guru mempersiapkan tugas yang harus menggunakan perbandingan sinus, kosinus dan tangen yang diambil dari lingkungan sekolah:
   Misalnya:

   1) Keberadaan tangga sekolah menuju lantai II, dapat dimanfaatkan untuk memantapkan pengertian siswa tentang perbandingan sinus



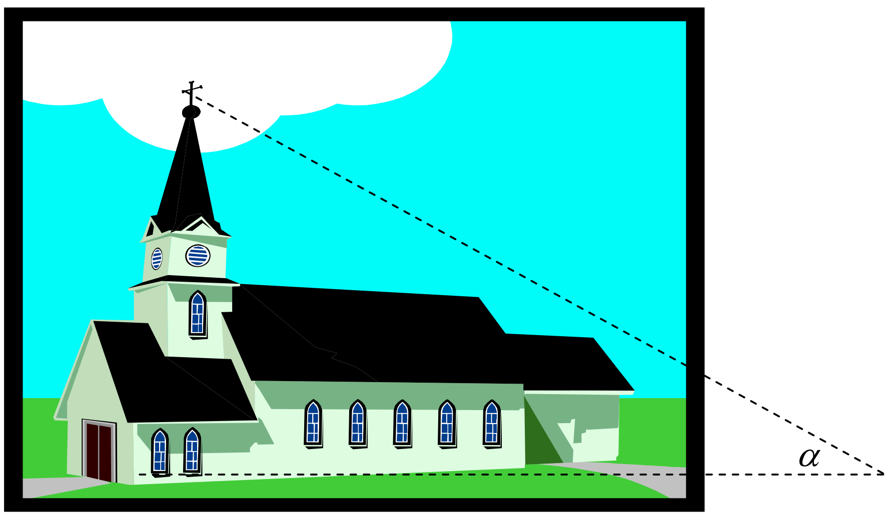
Dengan mengukur panjang tangga BC, dan mengukur besar sudut ABC, dan menggunakan konsep sinus, maka siswa ditugasi untuk menentukan ketinggian lantai II dari dasar lantai.

   2) Keberadaan suatu tiang (tiang listrik, papan reklame) yang diperkuat dengan talipancang, dapat dimanfaatkan untuk memantapkan konsep kosinus.



Dengan mengukur besar sudut BAC dan jarak AB, serta menggunakan konsep kosinus maka siswa dapat menentukan panjang tali pancang AC, yang sudah waktunya diganti itu!

3) Keberadaan gedung tinggi di dekat sekolah, dapat digunakan untuk memperdalam kefahaman tentang konsep tangen.



Dengan menggunakan klinometer (untuk mencari besar sudut elevasi), mengukur jarak dari dasar gedung dengan tempat berdiri siswa waktu menggunakan klinometer, dan menggunakan perbandingan tangen maka siswa dapat mengukur tinggi bangunan itu.

Demikian juga dapat digunakan persoalan yang dibuat berdasarkan situasi di sekitar sekolah.

b. Guru membentuk kelompok-kelompok *jigsaw*, yang jumlah anggotanya disesuaikan dengan jumlah tugas yang dapat dikonstruksi berdasarkan situasi lingkungan sekolah. Kemudian masing-masing kelompok diberi tugas untuk menyelesaikan kesemua tugas yang harus diselesaikan.

c. Guru membentuk kelompok *expert (countepart) group*, yang banyaknya kelompok sama dengan banyak tugas yang berhasil dibuat oleh guru, dan anggota masing-masing kelompok terdiri dari satu orang tiap kelompok jigsaw, kelompok ini dengan menggunakan strategi penyelesaian masalah berdiskusi untuk menyelesaikan tugas yang diberikan kepadanya, dan suatu hal yang mesti dicatat di sini bahwa masing-masing anggota dari kelompok expert ini bertanggung jawab untuk menjelaskan hasilnya kepada anggota lain dari kelompok *jigsaw*-nya. Guru pada kesempatan ini mengawasi dan menjadi nara sumber apakah kerja tim sudah sesuai dengan strategi yang dipilih guru.

d. Setelah masing-masing kelompok bekerja secara kooperatif untuk menyelesaikan tugas, dan mempersiapkan diri menyampaikan hasilnya kepada anggota lain di kelompok *jigsaw*-nya, maka kembalilah masing-masing anggota dari kelompok ekspert ke kelompok *jigsaw* semula, dengan tugas masing-masing menjelaskan hasil yang telah diraih dari kelompok *expert*-nya.

e. Kegiatan ini diakhiri dengan diskusi kelas, di mana guru memantapkan pemahaman tentang sinus, kosinus, dan tangen, dan jangan lupa memberi penghargaan berupa pujian sebagai motivasi dan suasana kompetitif yang sehat, dalam memahami perbandingan trigonometri, dilanjutkan guru memperluasnya dengan perbandingan kotangen, sekan dan kosekan, dengan contoh langkah-langkah sebagaimana di bawah ini.

4. Perluasan Nilai Perbandingan Trigonometri.

a. Perluasan dari pengertian sinus, kosinus dan tangen di atas, siswa di arahkan untuk memahami konsep perbandingan kotangen, sekan dan kosekan, dari diagram di atas, bahwa :

(iv) **kotangens** α (ditulis dengan notasi **cot** α) = $\dfrac{\text{sisi di dekat sudut } \alpha}{\text{sisi di depan sudut } \alpha} = \dfrac{c}{a}$

(v) **sekan** α (ditulis dengan notasi **sec** α **) =** $\dfrac{\textit{hipotenusa}}{\text{sisi di dekat sudut } \alpha} = \dfrac{b}{c}$

(vi)**kosekan** α (ditulis dengan notasi **csc** α**)** = $\dfrac{\textit{hipotenusa}}{\text{sisi di depan sudut } \alpha} = \dfrac{a}{c}$

b. Berpangkal dari definisi perbandingan trigonometri di atas, dengan pendekatan tanya-jawab, dikembangkan sifat hubungan antar masing-masing perbandingan trigonometri

(i) $\cot \alpha = \dfrac{1}{\tan \alpha}$	(iv) $\tan \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
(ii) $\sec \alpha = \dfrac{1}{\cos \alpha}$	(vi) $\cot \alpha = \dfrac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
(iii) $\csc \alpha = \dfrac{1}{\sin \alpha}$	

c. Untuk pembuktian sifat-sifat lainnya, guru dapat menggunakan pembelajaran kooperatif, dengan model **TAI** (*Team Accelerated Instruction*) misalnya di samping memberi motivasi, juga ada sedikit kompetisi yang sehat dengan tidak meninggalkan kelebihan pembelajaran gotong royong, siswa melakukan reinvention yang akhirnya berhasil membuktikan rumus-rumus di bawah ini.

Secara singkat model pembelajaran kooperatif TAI dikembangkan oleh Slavin (1985) dengan beberapa alasan. Pertama model ini mengkombinasikan keampuhan pembelajaran kooperatif dan program pengajaran individual. Kedua, model ini memberikan tekanan pada efek sosial dari belajar kooperatif. Ketiga, TAI disusun untuk memecahkan masalah dalam program pengajaran, misalnya dalam hal kesulitan belajar siswa secara individual. Model ini juga merupakan model kelompok berkemampuan heterogen. Setiap siswa belajar pada aspek khusus pembelajaran secara individual. Anggota tim menggunakan lembar jawab yang digunakan untuk saling memeriksa jawaban teman setim, dan semua bertanggung jawab atas keseluruhan jawaban pada akhir kegiatan sebagai tanggung jawab bersama. Diskusi terjadi pada saat siswa saling mempertanyakan jawaban yang dikerjakan teman se-tim-nya.

Model TAI ini digunakan untuk mendorong siswa menemukan kembali rumus-rumus di bawah ini:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$	$\sin(90^0 - \alpha) = \cos\alpha$
$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$	$\cos(90^o - \alpha) = \sin\alpha$
$\cot^2\alpha + 1 = \csc^2\alpha$	$\tan(90^o - \alpha) = \cot\alpha$

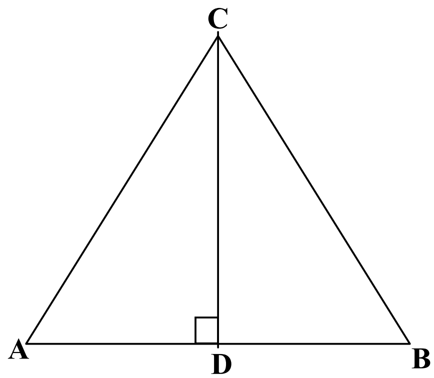
5. Pembelajaran Nilai Perbandingan Trigonometri untuk Sudut-sudut Istimewa

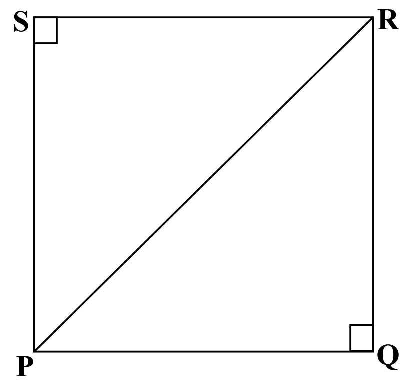
Selanjutnya perlu dibahas nilai perbandingan trigonometri untuk sudut-sudut $0^o, 30^o, 45^o, 60^o, 90^o$

a. Untuk memantapkan pemahaman tentang perbandingan trigonometri untuk sudut-sudut $30^0, 45^0, 60^0$, digunakan strategi pembelajaran kooperatif dengan model TAI (Team Assissted Individualization), di mana sebelumnya dibentuk kelompok-kelompok diskusi, untuk menyelesaikan tugas ini

1) Bentuklah kelompok-kelompok belajar kooperatif, masing-masing kelompok beranggotakan kira-kira 5 orang siswa, dengan tugas masing-masing anggota kelompok mengerjakan seluruh tugas, kemudian anggota kelompok yang satu memeriksa hasil kelompok yang lain, berdiskusi mengapa dan bagaimana dengan bahasa mereka untuk berdiskusi.

2) Dibuat lembar kerja, tentang tugas yang harus mereka kerjakan





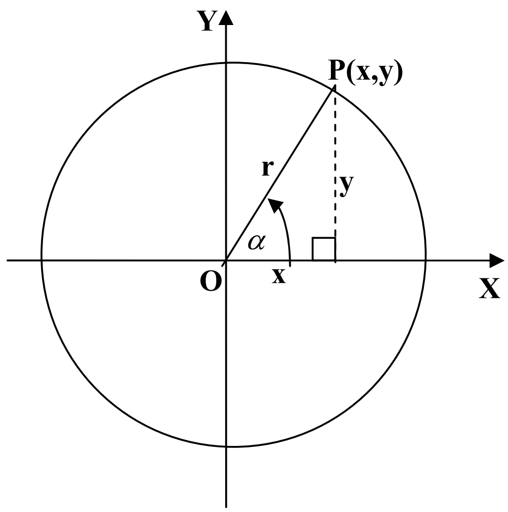
ΔABC sama sisi
panjang sisi = 2a

PQRS persegi
panjang sisi = 2a

Dengan menggunakan gambar di atas, tentukan nilai perbandingan:

α	30^0	45^0	60^0
$\sin\alpha$	…….	…….	…….
$\cos\alpha$	…….	…….	…….
$\tan\alpha$	…….	…….	…….
$\cot\alpha$	…….	…….	…….
$\sec\alpha$	…….	…….	…….
$\csc\alpha$	…….	…….	…….

3) Untuk pengembangan sampai dengan perbandingan trigonometri untuk sudut 0^0 dan 90^0, dan agar siswa sampai pada *relational understanding* (bukan sekedar *instrumental understanding*), maka dikaitkan nilai perbandingan trigonometri dengan sistem koordinat Cartesius :



Dengan mencermati definisi perbandingan trigonometri untuk sudut α, maka :

$$\sin\ \alpha = \frac{y}{r} \qquad \cot\ \alpha = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{y}}$$

$$\cos\ \alpha = \frac{x}{r} \qquad \sec\ \alpha = \frac{\mathrm{r}}{\mathrm{x}}$$

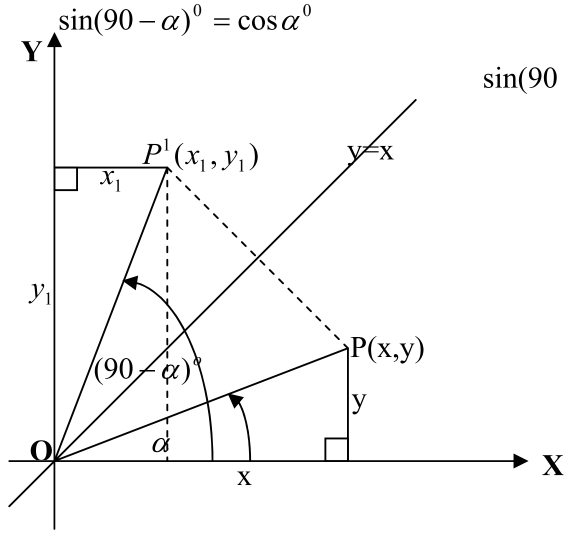
$$\tan\ \alpha = \frac{y}{x} \qquad \csc\ \alpha = \frac{\mathrm{r}}{\mathrm{y}}$$

Dengan berangkat dari definisi yang dihubungkan dengan konteks koordinat di atas, maka, dengan teknik bertanya, dapat dikembangkan untuk mencari nilai trigonometri untuk sudut-sudut 0^0 dan 90^0.

6. Rumus Perbandingan Trigonometri Sudut yang Berelasi

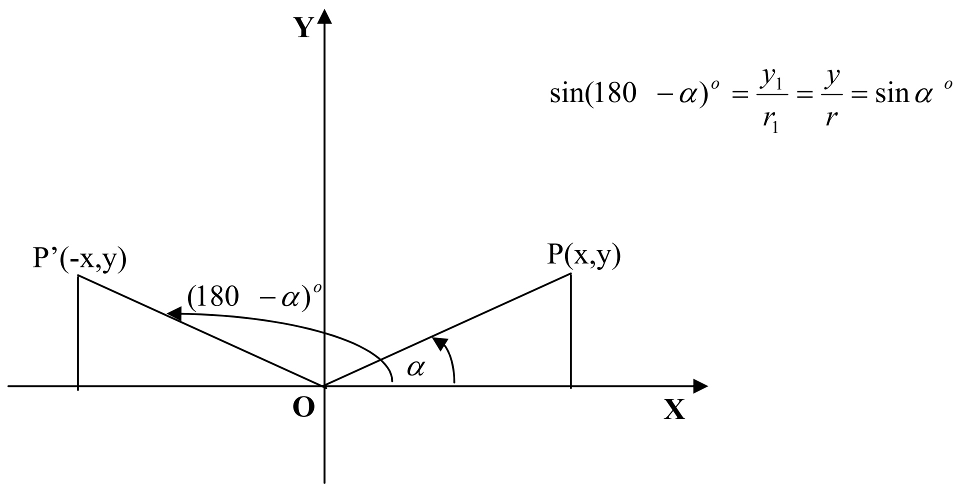
Pada pembelajaran materi ajar ini, strategi yang dipilih adalah kombinasi dari eksposisi dan pembelajaran koopertif, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Dengan teknik bertanya dan strategi eksposisi dibahas sifat $\sin(90-\alpha)^0 = \cos\alpha^0$



$$\sin(90\ -\alpha)^o = \frac{y_1}{r_1} = \frac{x}{r} = \cos\alpha^o$$

b. Pembelajaran sifat $\sin(180\ -\alpha)^o = \sin\alpha^o$ digunakan teknik bertanya, untuk meninggikan derajat keaktifan siswa



c. Dengan dua contoh di atas, dilanjutkan dengan strategi *cooperative learning* (Jigsaw misalnya), siswa diberi tugas untuk mencari dan akhirnya menemukan sifat-sifat:

1) (i) $\cos(90-\alpha)^0 = \sin\alpha$

   (ii) $\tan(90-\alpha)^0 = \cot\alpha$

   (iii) sifat-sifat $\sec(90-\alpha)^0\, dan \csc(90-\alpha)^0$ dijadikan soal untuk penilaian proses

2) (i) $\cos(180-\alpha)^0 = -\cos\alpha$

   (ii) $\tan(180-\alpha)^0 = -\tan\alpha$

   (iii) sifat-sifat untuk $\cot(180-\alpha)^0, \sec(180-\alpha)^0 \; dan \csc(180-\alpha)^0$ dijadikan soal untuk penilaian proses.

3) (i) $\sin(180+\alpha)^0 = -\sin\alpha^0$

   (iii) $\cos(180+\alpha)^0 = -\cos\alpha^0$

   (iv) $\tan(180+\alpha)^0 = \tan\alpha^0$

   (v) sifat yang lain dijadikan soal penilaian proses.

4) (i) $\sin(360-\alpha)^0 = \sin(-\alpha^0) = -\sin\alpha^0$

   (ii) $\cos(360-\alpha^0) = \cos(-\alpha^0) = \cos\alpha^0$

   (iii) $\tan(360-\alpha)^0 = \tan(-\alpha^0) = -\tan\alpha^0$

   (iv) sifat nilai perbandingan yang lain dijadikan penilaian proses.

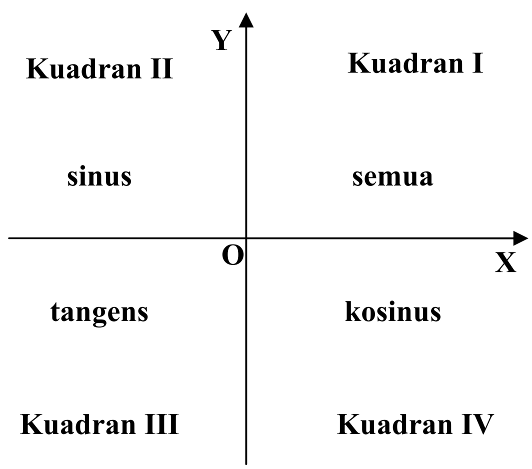
5) (i) $\sin(\alpha + n.360)^0 = \sin\alpha^0$

(ii) $\cos(\alpha + n.360)^0 = \cos\alpha^0$

(iii) $\tan(\alpha + n.180)^0 = \tan\alpha^0$

(iv) sifat nilai perbandingan yang lain, dijadikan penilaian proses.

d. Akhir dari pembahasan nilai perbandingan sudut yang berelasi, sampai pada kesimpulan bahwa nilai perbandingan sudut, nilai positif atau negatifnya terletak pada kuadran di mana sudut itu berada.



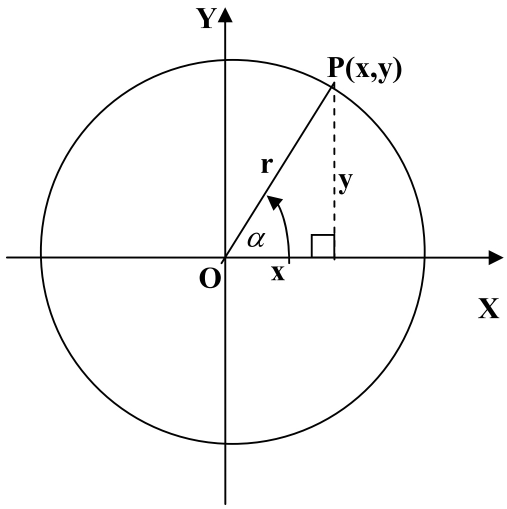
Pemahaman prinsip-prinsip ini secara relasional, maka langkah berikutnya membawanya menjadi fakta (dalam taksonomi Gagne) atau pengetahuan siap, dan selanjutnya guru dapat menyarankan siswa untuk membuat jembatan keledai (mnemonic) untuk itu, misalnya "**sem**anis **Sin**ta **tan**pa **kos**metika", yang artinya nilai perbandingan trigonometri positf untuk sudut di:

kuadran I : **sem**ua (sinus, kosinus, tangen, kotangen, sekan dan kosekan)
kuadran II : **sin**us (bersama kosekan)
kuadran III: **tan**gen (bersama kotangen)
kuadran IV : **kos**inus (bersama sekan)
Yang dalam versi Bahasa Inggris kita kenal : *"<u>All</u> <u>Si</u>ly and <u>T</u>im are <u>C</u>ats".*

7. Hubungan Perbandingan Trigonometri suatu Sudut.

Untuk membahas materi ini ditempuh langkah-langkah sebagai berikut:

a. Dengan strategi eksposisi, dan dan teknik bertanya diingatkan kembali rumus yang menghubungkan perbandingan trigonometri yang telah ditemukan di depan:



1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2. $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
3. $\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$
4. $1 + \cot^2\alpha = \csc\alpha$

untuk semua $0^o \leq \alpha \leq 360^o$

b. Agar pemahaman tentang prinsip (menurut taksomi Gagne) di atas dapat ditingkatkan menjadi pengetahuan siap, maka dilatih lewat soal-soal identitas, dan untuk itu strategi yang cocok adalah pemecahan masalah (G. Polya)

1) Guru memberi satu contoh identitas trigonometri:

   Buktikan bahwa $\sin^4\alpha + \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^4\alpha = 1$

   Bukti:

   Kita ubah ruas kiri sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\sin^4\alpha + \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^4\alpha &= \sin^2\alpha(1+\cos^2\alpha) + \cos^4\alpha \\
&= (1-\cos^2\alpha)(1+\cos^2\alpha) + \cos^4\alpha \\
&= (1-\cos^4\alpha) + \cos^4\alpha \\
&= 1 \text{ (terbukti)}
\end{aligned}$$

2) Berikutnya siswa secara berkelompok dengan *cooperative learning* (TAI misalnya), masing-masing kelompok berdiskusi memecahkan masalah, dengan pendekatan *problem solving* sebagai suatu motivasi, diingatkan dalam berdiskusi memecahkan soal-soal identitas agar mereka, terbiasa menempuh langkah-langkah yang disarankan oleh G. Polya sebagai berikut :

   i. memahami masalah (*understanding the problem*)
   ii. merancang rencana (*devising a plan*), memilih konsep-konsep dan prinsip yang tepat
   iii. melaksanakan rencana (*carrying out the plan*)
   iv. memeriksa kembali (*looking back*)

Untuk itu dapat digunakan soal soal identitas sebagai berikut:

Buktikan identitas di bawah ini:

1. $\cos^2\theta(1+\tan^2\theta)=1$
2. $\cos^4\theta-\sin^4\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$
3. $(\csc\beta+\cot\beta)(1-\cos\beta)=\sin\beta$
4. $(\cos\alpha+\sin\alpha)(1-\sin^2\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)=\cos^2\alpha$
5. $\dfrac{\cos^2\alpha+1}{\sin^2\alpha\sin^4\alpha}=2\csc^2\alpha+\sec^2\alpha$
6. $\dfrac{(1-\tan\alpha)(1+\tan\alpha)}{\sin\alpha}=\csc\alpha-\sec\alpha\tan\alpha$
7. $\sec\alpha-\cos\alpha=\tan\alpha\sin\alpha$
8. $\tan\gamma\cos^4\gamma+\cot\gamma\sin^4\gamma=\sin\gamma\cos\gamma$
9. $\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{\cos\theta}{1+\cos\theta}$
10. $\tan^2\alpha-\sin^2\alpha=\tan^2\alpha.\sin^2\alpha$

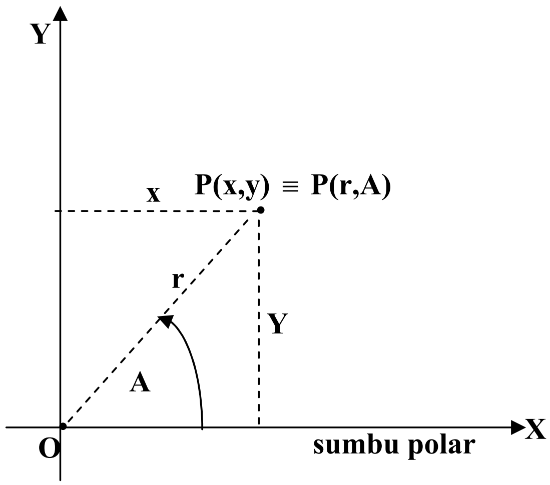
3) Agar pemahaman siswa lebih mendalam, maka jika memungkinkan (mengingat waktu dan kemampuan siswa) maka dapat dilanjutkan tugas *problem posing* yang diajukan dari masing-masing kelompok kooperatifnya.

8. Koordinat Kutub

a. Dengan diingatkan kembali sistem koordinat Cartesius dan diceritakan sedikit kisah Rene des Cartes, orang yang mula-mula memperkenalkan sistem koordinat (sistem koordinat Cartesius), maka diulas sistem koordinat Cartesius

b. Diperkenalkan sistem koordinat polar, dan untuk pemantapan kefahaman siswa tentang sistem koordinat polar, maka penilaian proses menggunakan soal-soal tentang hubungan koordinat Cartesius dan Koordinat Polar.

1) Dari koordinat Cartesius ke koordinat Polar



Letak titik P jika dinyatakan dalam koordinat Kartesius adalah P(x,y), dan jika dinyatakan dalam koordinat kutub adalah P(r,A), dengan $0^o \le A \le 360^o$

P(x,y) $\rightarrow$ P(r,A)

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\tan A = \dfrac{y}{x}$

Contoh : Tentukan koordinat polar titik P(3,–3)

Jawab: r = $\sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$

tan A = $\dfrac{y}{x} = \dfrac{-3}{3} = -1$

A = (2π – $\frac{1}{4}\pi$) = $1\frac{3}{4}\pi$ (diambil sudut di kuadran IV)

Jadi koordinat kutub dari P($3\sqrt{2}, 1\frac{3}{4}\pi$)

2) Dari koordinat polar ke koordinat Cartesius:

x = r cos A

y = r sin A

Contoh : Tentukan koordinat Cartesius dari $P(5, \frac{7}{5}\pi)$

Jawab:

x = r cos A = $5\cos(\frac{7}{5}\pi)$ = -1,5451

y = r sin A = $5\sin(\frac{7}{5}\pi)$ = -4,7553

Jadi koordinat P(-1,5451,-4,7553)

9. Fungsi Trigonometri

Untuk pembelajaran fungsi trigonometri ini diingatkan pengetahuan prasyaratnya yaitu pengertian fungsi. Dari pengertian fungsi tersebut dikembangkan pengertian fungsi trigonometri f adalah suatu fungsi pada bilangan real f : x $\rightarrow$ f(x), di mana rumus fungsi f(x) adalah perbandingan trigonometri yang telah dibahas di depan.

Misalnya:

a. Fungsi **sinus** f: x $\rightarrow \sin x$

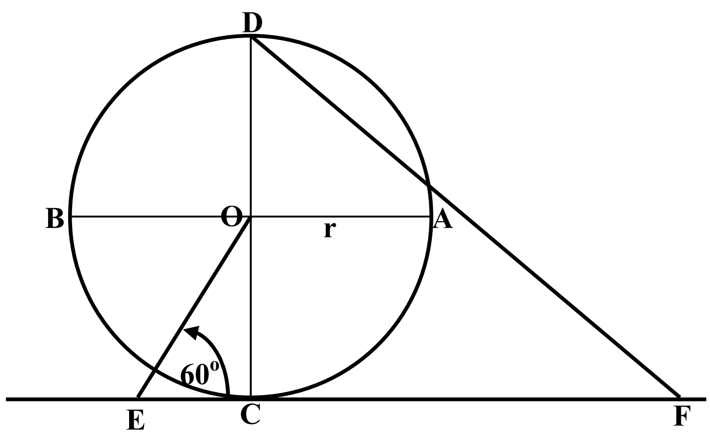
b. Fungsi **kosinus** f: x $\rightarrow \cos x$

c. Fungsi **tangen** f: x $\rightarrow \tan x$

Jika tidak ada penjelasan apa-apa maka argumen x adalah dalam satuan radian

a. Melukis π menurut Kochansky

Agar di dalam melukis fungsi trigonometri, satuan di sumbu-X dan sumbu-Y mempunyai perbandingan panjang yang tepat maka perlu dikenal cara melukis π menurut Kohansky sebagai berikut.



OA = r

EC = r cot 60°

$= \frac{1}{2} r\sqrt{3}$

Lukis EF = 3r

Sehingga :

$CF = 3r - \frac{1}{2} r\sqrt{3}$

Dengan triple Pythagoras dapat dicari panjang:

DF = $\sqrt{CD^2 + CF^2} = \sqrt{(2r)^2 + (3r - \frac{1}{2} r\sqrt{3})^2}$

$= r\sqrt{\dfrac{40 - 6\sqrt{3}}{3}} = 3{,}141533...r$

Sedangkan di sisi lain, kita tahu dari hasil perhitungan π yang sebenarnya, bahwa $\pi r = 3{,}142592\ldots r$

Melihat hasil ini pendekatan DF sebagai πr sudah cukup teliti sampai dua tempat desimal. Dapat dicontohkan di sini, misalnya untuk r = 1 m, maka kesalahan hanya 0,00006 m < 0,1 mm, dengan demikian melukis π jika satu satuan diketahui dengan cara Kochansky ini sudah cukup teliti.

b. Untuk menggambar grafik fungsi-fungsi sinus, kosinus dan tangen, dapat dilakukan dengan pendekatan penugasan, dengan jalan menentukan nilai fungsi dari titik-titik yang mudah dihitung, di samping itu dapat juga dilakukan dengan jalan menggunakan lingkaran satuan.

c. Melukis fungsi $f : x \to \sin\, x^o$

Untuk membuat sketsa grafik fungsi f: $x \to \sin x^o$, dapat dilakukan dengan:

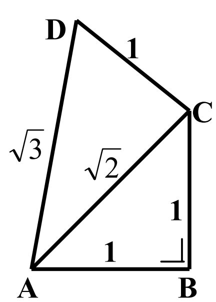
1) Menggunakan tabel

Mula-mula siswa ditugasi untuk melengkapi nilai-nilai sin x^o untuk sudut-sudut yang mudah dihitung, sebagaimana tabel di bawah ini:

X	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330	360
sinx^o	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

Bila nilai pada tabel telah dibuat lengkap, maka pasangan koordinat titik-titik : (0,0), $(30, \frac{1}{2})$, $(45, \frac{1}{2}\sqrt{2})$, $(60, \frac{1}{2}\sqrt{3})$, … , (360,0) digambarkan pada bidang koordinat Cartesius, dengan panjang interval $0 \le x \le 360$ digunakan skala 2π satuan, sesuai dengan cara melukis π menurut Kochansky di atas.

Sedang untuk melukis $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{3}$ dapat dilakukan sebagai berikut:

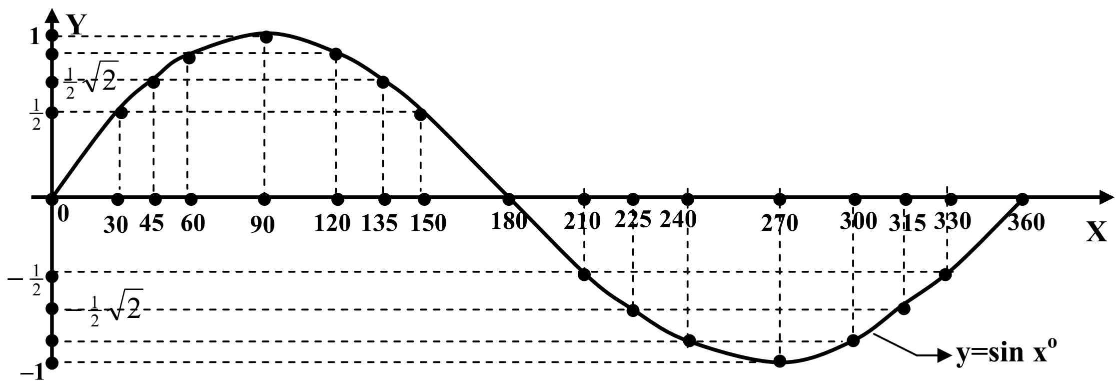


Jika AB = BC = CD = 1 dan $AB \perp BC$ dan $BC \perp CD$

maka AC = $\sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ dan

AD = $\sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$

Untuk melukis garis yang panjangnya $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ dan $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ dapat dilakuakn dengan jalan membagi dua sama besar ruas garis AC dan AD.



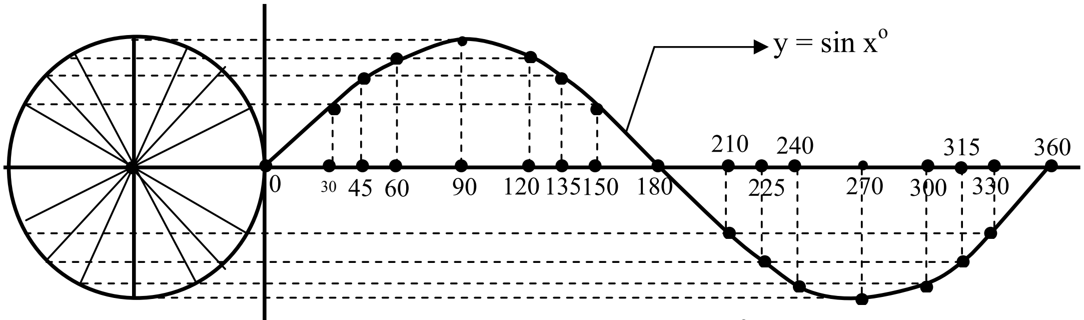
Gamb. 3.1
Grafik y = sin x^o

2) Menggunakan lingkaran satuan.

Untuk menggambar grafik fungsi trigonometri dengan menggunakan lingkaran satuan pertama kali pada lingkaran satuan itu dibuat sudut-sudut khusus, yaitu 30^o, 45^O, 60^O, 90^O, 120^O, 135^O, 150^O, 180^0, 210^O, 225^O, 240^O, 270^O, 300^O, 315^O, 330^O dan 360^0. Hal ini dilakukan untuk memudahkan meletakkan posisi 30, 45, 60, 90, … , 360 pada sumbu-X.

Untuk menentukan nilai sinus suatu sudut dengan menggunakan lingkaran satuan adalah bahwa nilai sinus suatu sudut dapat dinyatakan sebagai panjang proyeksi jari-jari lingkaran pada garis vertikal yang melalui pusat lingkaran.

Sehingga nilai sin x^o dari 30, 45, 60, 90, …, dapat diwakili oleh proyeksi jari-jari lingkaran satuan pada garis vertikal yang melalui pusat lingkaran tersebut.



Gamb. 3.2 Grafik fungsi y = sin x^o

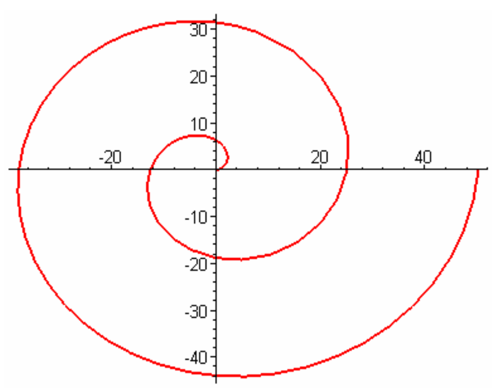
Setelah siswa mampu membuat grafik fungsi trigonometri, baik dengan cara menggunakan tabel maupun dengan menggunakan lingkaran satuan, maka dengan strategi belajar kooperatif, siswa ditugasi membuat grafik fungsi y = cos x^o dan grafik fungsi y = tan x^o, demikian juga grafik fungsi-fungsi y = sin x, y = cos x serta y = tan x untuk sudut-sudut dalam sistem radian, untuk mempermudah perhitungan gunakan sudut-sudut istimewa seperti : $\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{4}\pi, \frac{1}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi, ..., 2\pi$

d. Untuk memberi motivasi kepada para siswa, mengingat sebagian besar sekolah telah memiliki komputer dan bahkan laboratorium komputer, maka dapat dimanfaatkannya Computer Based Learning (CBL) untuk tujuan ini (jika kondisi sekolah sudah memungkinkan) misalnya dengan memanfaatkan software MAPLE (MAPLE adalah salah satu software yang memang dibuat untuk menyelesaikan berbagai persoalan matematika) sebagai contoh berikut :

   Gambarlah grafik fungsi-fungsi dalam koordinat polar (fungsi dalam koordinat polar biasa disajikan dengan $\rho = f(\theta)$) berikut :

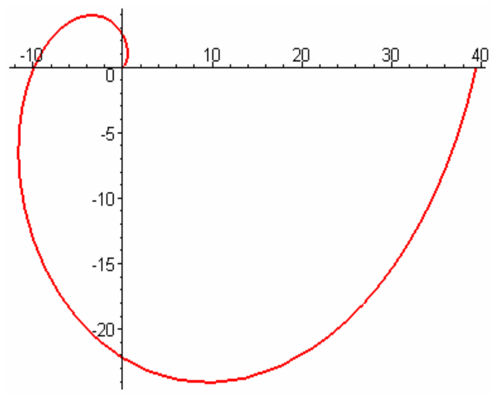
   1) Spiral Archimedes: $\rho = p\theta$ dengan p suatu konstanta.

```
> plot(4*x,x=0..4*Pi,coords=polar,thickness=2);
```



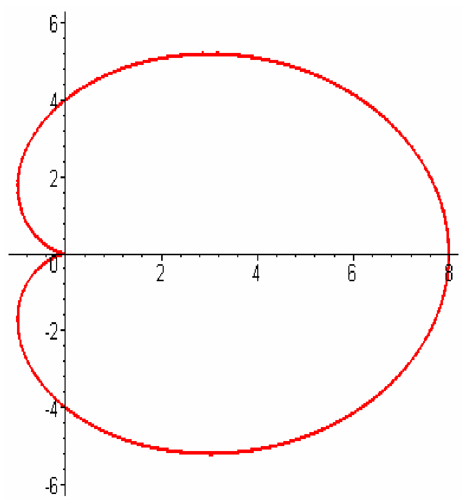
2) Spiral Logaritmik $\rho = \theta^p$, p suatu konstanta

```
> plot(x^2,x=0..2*Pi,coords=polar,thickness=2)
```



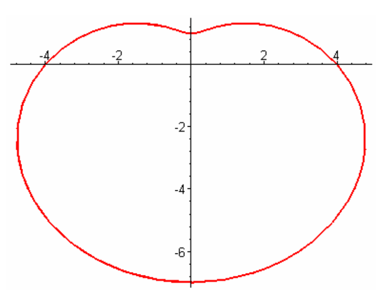
3) Kardioda : $\rho = a(1+\cos\theta)$, a kontan dan $0 \le \theta \le 2\pi$

```
> plot(4*(1+cos(x)),x=-Pi..Pi,coords=polar,thickness=2);
```



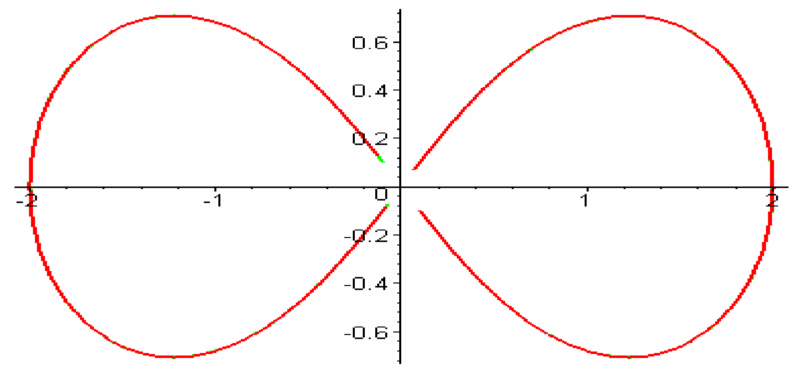
4) Limason : $\rho = a - b\sin\theta$, a,b konstan dan $0 \le \theta \le 2\pi$

```
> plot(4-3*sin(x),x=-Pi..Pi,coords=polar,thickness=2);
```



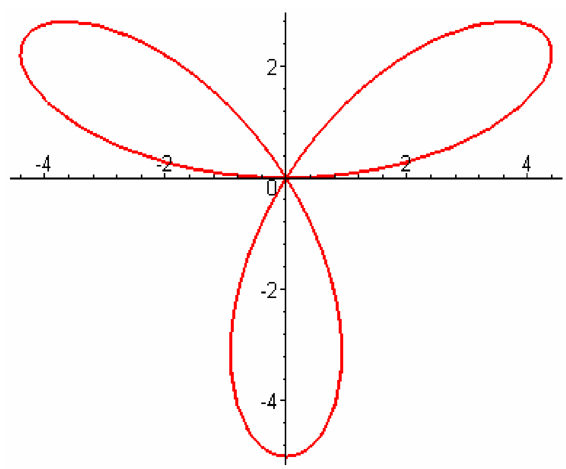
5) Lemniskat : $\rho^2 = a\cos(\theta)$, a konstan dan $0 \le \theta \le 2\pi$

```
>plot([sqrt(4*cos(2*x)),-sqrt(4*cos(2*x))],x=-Pi..Pi,coords=polar,thickness=2);
```



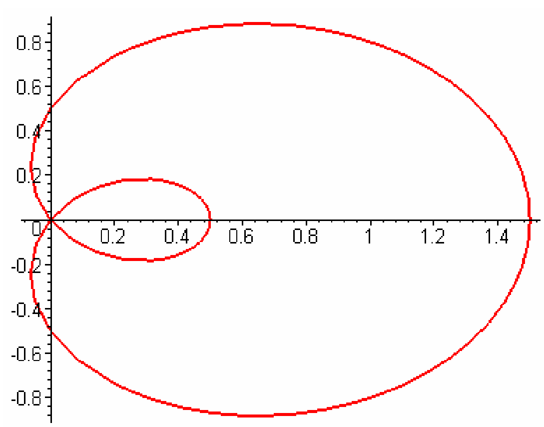
6) Mawar berdaun tiga : $\rho = a\sin 3\theta$, a konstan dan $0 \le \theta \le 2\pi$

```
> plot(5*sin(3*x),x=-Pi..Pi,coords=polar,thickness=2);
```



7) Loop $\rho = \frac{1}{2} + \cos\theta$, $0 \le \theta \le 2\pi$

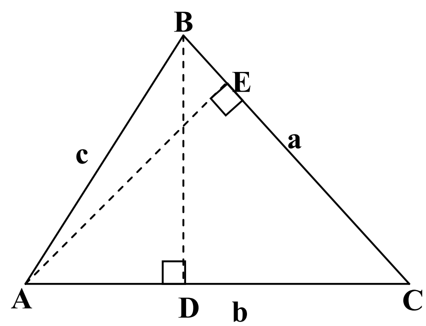
➢ `plot(1/2+cos(x),x=-Pi..Pi,coords=polar,thickness=2);`



10. Pembelajaran Rumus Segitiga dalam Trigonometri

Dalam pembelajaran rumus-rumus segitiga dalam trigonometri adalah materi yang sangat baik untuk meningkatkan pola berfikir logis dengan jalan merefleksikan dengan konteks yang sudah tertanam dalam benak siswa.

a. Contohnya pada penemuan aturan sinus guru menggunakan alat bantu pembelajaran berupa lembar kerja yang dapat dikerjakan berkelompok dalam kelompok kooperatif yang modelnya bisa digunakan jigsaw atau TAI.



Pada ΔABC, lukis BD tegak lurus AC dan AE tegak lurus BC.

Dalam ΔABD, sin A = $\frac{.....}{.....}$

$\rightarrow$ BD = ...   (i)

Dalam ΔCBD, sin C = $\frac{.....}{.....}$

$\rightarrow$ BD = ...   (ii)

Dari (i) dan (ii) diperoleh : …….. = …….. $\rightarrow \frac{......}{\sin......} = \frac{.......}{\sin......} (iii)$

Dalam ΔCAE, sin C = $\frac{.......}{.......} \rightarrow AE = ...(iv)$

Dalam ΔBAE, sin B = $\frac{.......}{.......} \rightarrow AE = ...$ (v)

Dari (iv) dan (v) diperoleh, ..…… = ……… $\rightarrow \frac{......}{\sin.....} = \frac{.......}{\sin.....}$ (vi)

Sehingga dari (iii) dan (vi) kita dapatkan hubungan :

$$\boxed{\frac{.......}{\sin.....} = \frac{......}{\sin....} = \frac{......}{\sin......}}$$

Hubungan yang kita hasilkan di atas yang kita kenal dengan dengan nama **Aturan Sinus.**

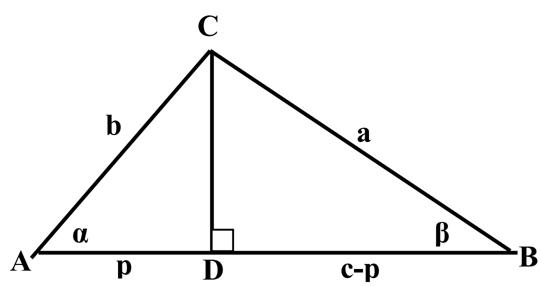
Dalam hal ini guru mengawasi diskusi di kelompok-kelompok apakah akhirnya siswa sampai pada kesimpulan:

$$\boxed{\frac{\text{a}}{\text{sinA}} = \frac{\text{b}}{\text{sinB}} = \frac{c}{\sin C}}$$

b. Demikian juga aturan kosinus dapat dilakukan dengan strategi dan pendekatan yang sama.

1) Dengan strategi pembelajaran kooperatif menggunakan model TAI misalnya, siswa berkelompok untuk menurunkan aturan kosinus, yang misalnya saja dipandu dengan Lembar Kegiatan Siswa, yang fokus kerja siswa darahkan sebagai berikut :

a)



Pada ΔACD sebagaimana gambar di atas : p = ……………

$CD^2 = AC^2$ ………… = b^2 ……………………….. (1)

Pada ΔBCD sebagaimana gambar di atas :

$CD^2 = BC^2$ …………. = a^2 ………………………. (2)

Dari (1) dan (2) didapat:

……………………. = ……………………………….

……………………. = ……………………………….

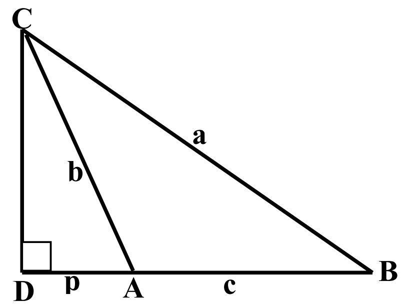
a^2 = ………………………………….

a^2 = ………………………………….

a^2 = ………………………………….

$\boxed{a^2 = \text{………………………………….}}$

2) Dikonstruksi juga lembar kegiatan siswa untuk kelompok yang lain, dari kelompok 1) di atas, sebagai berikut :



Pada ΔACD : p = …………

P = …………

CD^2 = …………... (1)

Pada ΔBCD : CD^2 = ………….

CD^2 = …………. (2)

Dari (1) dan (2) didapat :

……………………….. = ……………………………

a^2 = ……………………………………………………

a^2 = ……………………………………………………

a^2 = ……………………………………………………

a^2 = ……………………………………………………

Dari kedua lembar kegiatan siswa di atas, guru sebagai fasilitator, bila dipandang perlu dapat memberikan arahan yang berupa pertanyaan-pertanyaan di kelompok-kelompok, sehingga kesimpulan akhir yang didapatkan lewat pembelajaran kooperatif ini adalah, **rumus kosinus $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$**

3) Masih dengan strategi pembelajaran kooperatif, siswa di motivasi untuk menemukan secara lengkap aturan kosinus untuk segitiga ABC, yakni :

$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \end{aligned}}$$

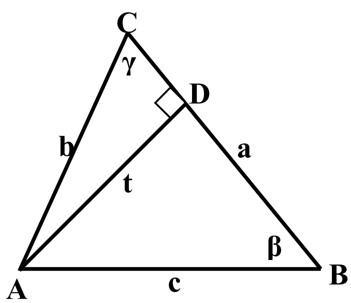
c. Dengan merefleksikan pemahaman siswa tentang aturan sinus, aturan kosinus maka dengan pendekatan deduktif dapat dikonstruksikan pemahaman relational tentang

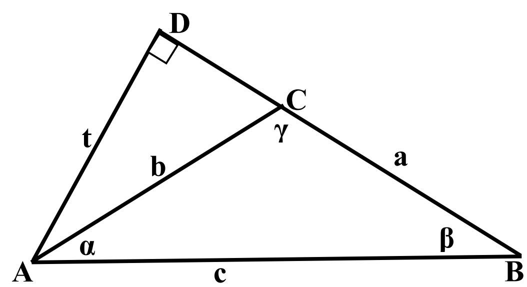
1) rumus luas segitiga

   Pada setiap ΔABC berlaku:

$$\textbf{Luas } \Delta ABC = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{bc \sin \alpha} = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{ac \sin \beta} = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{ab \sin \gamma}$$

Bukti :





Pada ΔADC, t = b sin γ, sehingga :

Luas ΔABC = $\frac{1}{2}$ a.t

= $\frac{1}{2}$ ab sin γ (terbukti).

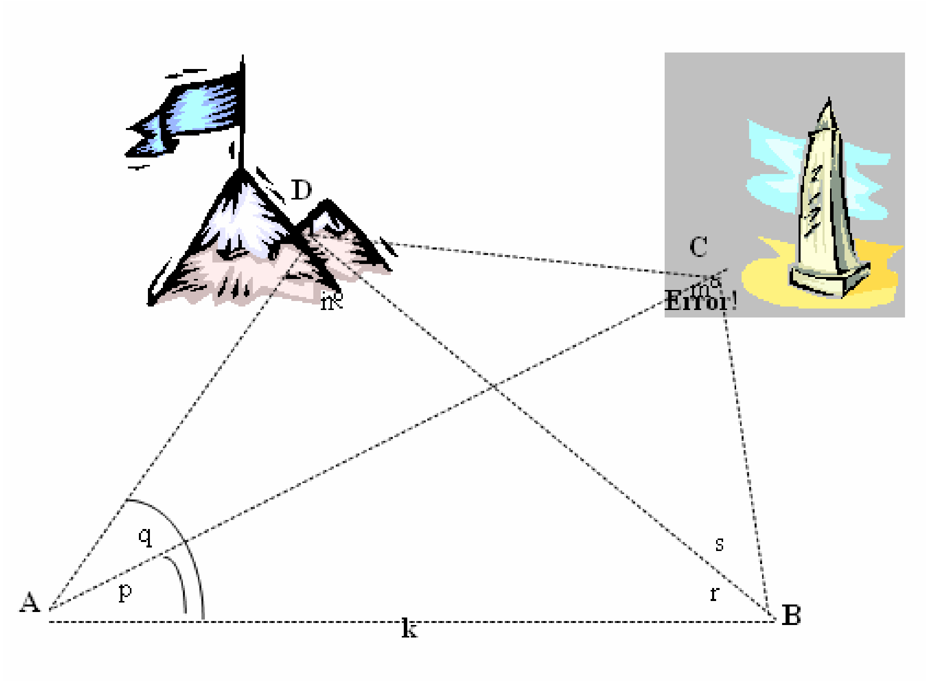
2) Sebagai pengayaan siswa di tugasi untuk membuktikan bahwa luas ΔABC:

$$\boxed{\text{Luas } \Delta ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}} \quad \text{di mana } s = \tfrac{1}{2}(a+b+c)$$

dengan jalan menggunakan bantuan aturan kosinus di atas.

d. Untuk meningkatkan minat siswa terhadap trigonometri dan memberikan motivasi serta menunjukkan hubungan yang erat antara trigonometri dengan konteks dalam kehidupan sehari-hari, jika perlu kegiatan ini dapat dilakukan diluar kelas.

Contohnya tugas kelompok untuk mengukur jarak dua temapt (titik D ke titik C) di kejauhan:



Dengan menggunakan model koordinat polar, dari A diamati C untuk mengetahui besar sudut p^o dan amati D untuk mengetahui besar sudut q^o , dari B diamati D untuk menentukan besar sudut r^0 dan amati C untuk mengetahui besar sudut s^o, di mana sebelumnya telah diukur jarak AB = k meter.

Berdasar sketsa model matematika di atas, lihat segitiga ABC, besar sudut:

$m^o = 180^o - (p + s)^o$, dengan aturan sinus :

$$\frac{AC}{\sin r^0} = \frac{k}{\sin m^0} \Leftrightarrow AC = \frac{k \sin r^0}{\sin m^0}$$

Lihat segitiga ABD, besar sudut $n^0 = 180^0 - (r^0 + q^0)$, dengan aturan sinus :

$$\frac{AD}{\sin q^0} = \frac{k}{\sin n^0} \Leftrightarrow AD = \frac{k \sin q^0}{\sin n^0}$$

Lihat segitiga ACD, besar sudut $t^0 = q^0 - p^0$

Dengan mengaplikasikan aturan kosinus maka jarak dua tempat CD dikejauhan dihitung dengan :

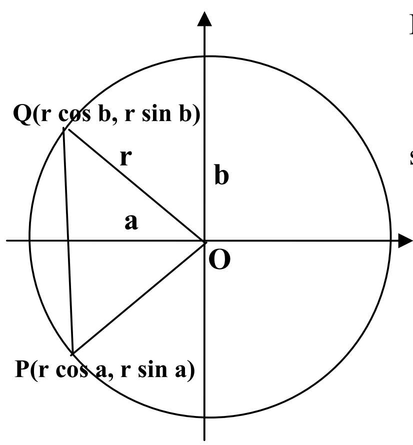
$$DC = \sqrt{AD^2 + AC^2 - 2AD.AC.\cos t^0}$$

11. Jumlah dan Selisih Dua Sudut.

Untuk pembahasan rumus-rumus jumlah dan selisih dua sudut, yang cukup banyak ini, sebenarnya cukup dibuktikan satu rumus saja yang dibuktikan dengan bimbingan guru, sedang yang lain dengan strategi pembelajaran kooperatif (tampaknya model *jigsaw* yang paling tepat) dapat dibuktikan sendiri oleh siswa sehingga diperoleh pemahaman yang relational, agar dapat ditingkatkan menjadi pengetahuan siap maka siswa disarankan saling berdiskusi untuk membuat mnemonic (jembatan keledai) untuk itu.

Dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Dengan menggunakan lembar kerja dibuktikan salah satu rumus, dengan tugas diskusi kelompok (misalnya digunakan model *TAI*):



Telah dipelajari bahwa jarak dua titik P(x_p, y_p) ke titik Q(x_Q, y_Q) adalah

$$PQ^2 = (x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2$$

sehingga :

$$PQ^2 = (r\cos a - r\sin b)^2 + (r\sin a - r\sin b)^2$$

$$= ....$$

$$= r^2(..... - 2(\cos...\cos... - \sin...\sin...))$$

$$= r^2(...... - ....) \qquad \text{(i)}$$

Dengan aturan kosinus telah dipelajari di depan, bahwa:

$$PQ^2 = OP^2 + OQ^2 - 2OP.OQ.\cos\angle POQ$$

sehingga : $PQ^2 = ... + ... - 2........\cos(.... - ....)$

$$PQ^2 = r^2(..... \text{-} 2\cos(..... \text{-} ......)) \qquad \text{(ii)}$$

Dari (i) dan (ii) dapat ditarik kesimpulan bahwa:

………………………………. = …………………………………….

Sehingga : ………………………... = ………………………………, jadi

cos (….. - …..) = cos ….. cos…. – sin …. sin ….

Guru mengawasi diskusi masing-masing kelompok jika dipandang perlu guru memberi arahan (dengan bijaksana) agar menuju ke kesimpulan :

cos(a – b) = cos a cos b – sin a sin b

b. Dengan menggunakan rumus di atas, dan menggunakan strategi cooperative learning, siswa berkooperatif untuk membuktikan rumus-rumus lewat pertolongan:

- $\cos(a + b) = \cos(a - (-b))$
- $\sin(a + b) = \cos(90^0 - (a+b)) = \cos((90^0 - a) - b)$
- $\sin(a - b) = \sin(a + (-b))$
- $\tan(a + b) = \dfrac{\sin(a+b)}{\cos(a+b)}$
- $\tan(a - b) = \dfrac{\sin(a-b)}{\cos(a-b)}$

c. Rumus untuk sudut-sudut rangkap digunakan strategi yang sama dengan cara menghasilkan rumus di atas, dengan tugas-tugas lewat :

i. sin 2a = sin(a + a)
ii. cos 2a = cos(a + a)
iii. tan 2a = tan(a + a)

Agar diperoleh rumus:

sin 2a = 2 sin a cos a **cos 2a = $\cos^2$ a – $\sin^2$ a = 2 $\cos^2$a – 1 = 1 – 2 $\sin^2$a**

harus benar-benar sampai pada *relational understanding* dan akhirnya menjadi pengetahuan siap

d. Rumus – rumus penjumlahan ditempuh strategi yang mirip dengan untuk rumus penjumlahan di atas.

Sebagai contoh sekaligus diharapkan menjadi motivasi dengan harapan diperoleh *relational understanding*, dengan merefleksikan pemahaman yang sudah dimilikinya dan dengan bantuan lembar tugas siswa dibimbing membuktikan rumus berikut dengan lembar tugas sebagai berikut:

sin(a + b) = …….. + …… cos(a + b) = ……… – ………..

sin(a – b) = ……… – ……. cos(a – b) = ……… + ……….

----------------------------- --------------------------------

Dari hubungan di atas kita dapatkan :

sin(a + b) + sin(a – b) = ……………….. (i)

sin(a + b) – sin(a – b) = ………………... (ii)

cos(a + b) + cos(a – b) = ………………. (iii)

cos(a + b) – cos(a – b) = ……………….. (iv)

Dengan dimisalkan : a + b = p dan a – b = q, maka diperoleh hubungan

a = ………… b = ……………

Dari (i), (ii), (iii) dan (iv) dapat ditarik kesimpulan :

(a) sin p + sin q = 2. ………………………………

(b) sin p – sin q = 2………………………………..

(c) cos p + cos q = 2 ………………………………

(d) cos p – cos q = –2……………………………..

e. Pada diskusi ini guru sebagai fasilitator, dalam mengarahkan diskusi siswa dengan teknik bertanya (jangan guru memberitahu hasilnya), sehingga akhirnya siswa secara kooperatif menghasilkan rumus-rumus penjumlahan :

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

Kebalikan rumus-rumus di atas adalah :

$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$

$2 \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$

$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$

$-2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$

Agar materi ini dapat dikuasai sebaik-baiknya, maka perlu diberi latihan.

Latihan

1. Hitung tanpa daftar : $\cos^2 18^o + \cos^2 54^o$
2. Hitung tanpa daftar :$\sin^2 6^o + \sin^2 42^o + \sin^2 66^o + \sin^2 78^o$
3. Jadikanlah bentuk logaritmis (bentuk hasil kali) : sin x + sin 3x + sin 5x – sin 9x

Buktikan identitas di bawah ini

4. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 2(1 + \sin \alpha \sin\beta \sin \gamma)$ jika $\alpha+\beta+\gamma = 90^0$
5. $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = 4 \cos(45^0-\alpha)\cos(45^o-\beta) \cos(45^o-\gamma)$ jika $\alpha+\beta+\gamma=45^o$
6. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 - 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$ jika $\alpha+\beta+\gamma = 180^o$
7. $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma = \tan \alpha \tan \beta \tan \gamma$ jika $\alpha + \beta + \gamma = 180^o$
8. $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 1 + 4 \sin \tfrac{1}{2}\alpha \sin \tfrac{1}{2}\beta \sin \tfrac{1}{2}\gamma$ jika $\alpha + \beta + \gamma = 180^o$
9. Jika $\alpha + \beta + \gamma = 90^o$ maka buktikan $\tan \alpha \tan \beta + \tan \beta \tan \gamma + \tan \gamma \tan \alpha=1$
10. Buktikan bahwa ΔABC sama kaki, jika $\sin \alpha \cos^2\beta = \sin \beta \cos^2\alpha$

E. Assessment untuk Trigonometri SMU

Pengalaman belajar dan penilaian kemajuan belajar siswa adalah dua hal yang tak terpisahkan. Sementara mengajar dalam arti membantu siswa belajar, guru juga memberikan kemajuan belajar siswa dalam arti mencari tahu apa yang siswa telah faham dan apa yang masih belum difahaminya. Dengan memahami jalan pikiran siswa, guru akan lebih mudah membantu kesulitan belajar siswa. Jadi, penilaian kemajuan belajar (dalam hal ini disebut assessment), adalah bagian terpadu dari pengajaran.

Assessment dilakukan sepanjang pengajaran dan berkelanjutan. Ini memberikan umpan balik yang berharga untuk memutuskan apakah pelajaran dapat dilanjutkan atau diulang atau menetapkan adakah siswa yang memerlukan bantuan, dan manakah siswa yang memerlukan tambahan pekerjaan. Umpan balik lebih ditekankan pada peningkatan kemajuan belajar siswa, dari pada penetapan rangking siswa

Assessment dilakukan dengan berbagai cara, antara lain berkeliling mengamati siswa yang sedang bekerja, mendengarkan percakapan siswa yang sedang berdiskusi, meminta penjelasan siswa tentang hasil yang diperolehnya, memeriksa pekerjaan tertulis siswa, mengajukan pertanyaan lisan atau tulisan, memberi pekerjaan praktik, atau menugaskan membuat uraian dari pekerjaan investigasi. Komentar guru secara tertulis, tentang apa yang masih harus dipelajari siswa, dan memberi petunjuk jalan keluar dari kesulitannya lebih menolong siswa dari sekedar memberi marka bagi mereka yang tidak banyak berarti bagi siswa.

Assessment hendaknya meliputi semua aspek pelajaran, termasuk menyangkut masalah trigonometri. Pengetahuan siap seperti fakta, konsep-konsep dasar, rumus-rumus dan algoritma rutin harus selalu dipertanyakan berulang-ulang, konsep dapat ditanyakan dengan meminta contoh dan yang bukan contoh, prinsip diujikan dengan soal-soal tertulis.

Karena beberapa pendekatan trigonometri dapat berupa *problem solving.* Untuk masalah *problem solving* mengacu pada penilaian yang dikembangkan oleh NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), menyarankan pemarkaan (pedoman penskoran) untuk *problem solving* sebagai berikut.

ANALISIS PEMARKAAN SOAL Untuk Problem Solving		
Memahami persoalan	**0**	Tidak ada percobaan
	1	Salah interpretasi soal sama sekali
	2	Salah interpretasi sebagian besar dari persoalan
	3	Salah menginterpretasi sebagian kecil dari persoalan
	4	Memahami persoalan secara lengkap
Merencanakan suatu penyelesaian	**0**	Tidak ada upaya
	1	Perencanaan yang sama sekali tidak selaras
	2	Sebagian prosedur benar, tetapi sebagian besar salah
	3	Prosedur yang substansi benar, dengan masih ada sedikit prosedur yang salah
	4	Suatu perencanaan benar, mempunyai penyelesaian, dengan tanpa kesalahan aritmetika.
Menjawab persoalan	**0**	Tanpa jawab atau ada jawaban dari hasil perencanaan yang tidak tepat
	1	Kesalahan komputasi, , dekemukakan jawaban dobel, tiada statemen jawab.
	2	Penyelesaian yang tepat.

Dan juga guru perlu memvariasikan jenis-jenis assessment untuk mengetahui apa yang telah dikuasai siswa dan apa yang masih memerlukan bantuan guru untuk peningkatan kemampuannya dalam trigonometri. Untuk itu guru dapat memvariasikan jenis-jenis penilaian yang dia kembangkan seperti misalnya : kuis, ulangan, portofolio, jurnal, unjuk kerja, laporan tertulis dan sebagainya, sehingga ulangan bukan satu-satunya instrumen yang digunakan guru untuk menilai tingkat pemahaman siswa terhadap materi ajar goniometri.

Bab IV
Penutup

Uraian di buku ini, adalah salah satu alternatf pembelajaran Trigonometri SMA yang mengacu pada Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM). Suatu pembelajaran terpadu yang selalu berorientasi pada ketercapaian baik prosedur maupun hasilnya.

Bahwa model-model yang ditulis di dalam ini benar-benar merupan salah satu contoh bagaimana mengola pembelajaran dengan baik, guru dalam hal ini menjadi fasilitator, sehingga dapat memilih strategi paling sesuai dengan kondisi di lapangan. Sehingga guru berkesempatan sangat besar untuk mendisain model-model pembelajaran yang sesuai dengan kondisi di lapangan.

Pada paket terdapat beberapa soal untuk latihan untuk itu guru perlu berlatih lebih dahulu, sehingga dapat dipilih strategi yang paling pas untuk maksud itu, sehingga guru dapat mengajar di kelas sesuai dengan acuan standarisasi bahan ajar,

Daftar Pustaka

Alders,C.J. (diterjemahkan oleh Bahar Aziz). (….). *Ilmu Ukur Segitiga.* Jakarta : Noordhoff-Kolff

Cecep E. Rustana. (2001). *Belajar dan Mengajar Kontekstial.* Jakarta : Direktorat SLTP, Depdiknas

Gage, NL. And Berliner,David C. (1988). *Educational Psychology*. Boston : Houghton Mifflin Company

Krismanto, Al.. (2001). *Beberapa Model dan teknik Pembelajaran Aktif-Efektif Matematika.* Yogyakarta: PPPG Matematika

Marpaung,Y. (2001).*Pembelajaran Realistik dan SANI dalam Pembelajaran Matematika. (suatu makalah disajikan dalam Seminar Nasional "Pendidikan Matematika Realistik Indonesia" tanggal 14-15 November 2001.*Yogyakarta : Universitas Sanata Dharma

Paul Suparno. (1997*). Filsafat Konstruktivisme.dalam Pendidikan*. Yogyakarta : Penerbit Kanisius

Paul Suparno.(2000). *Teori Perkembangan Kognitif Jean Peaget.* Yogyakarta : Penerbit Kanisius.

Randall Charles and Frank Lester.(1982). *Teaching Problem Solving, What, Why & How.* Palo Alto Ca : Dale Seymour Publications

Skemp, Jerrold E. (1985).*The Instructional Design Process.* New York : Harper & Row, Publisher Co.

Skemp, Richard R.(1977). *The Psychology of Learning Mathematics.* Middlesex,England:Penguin Books Ltd.

Slaviv, Robert E.(1995).*Cooperative Learning, Theory,Research, and Practice.* Boston : Allyn Bacon

Sumardi,et.al (1994). *Matematika SMU.* Surakarta : PT. Tiga Serangkai

Suryanto. (1999). *Matematika Humanistik sebagai Pembelajaran yang Aktif-Efektif.* Yogyakarta : PPPG Matematika

Sutarto Hadi. (2000).*Teori Matematika Realistik.* Enshede : University of Twente

Tim Instruktur PKG Matematika SMU.(1994). *Beberapa Metode dan Ketrampilan dalam Pengajaran Matematika.* Yogyakarta : Direktorat Pendidikan Menengah Umum, Depdiknas.