GEOMETRI

Disampaikan pada Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SD
Jenjang Lanjut
Tanggal 6 s.d. 19 Agustus 2004
di PPPG Matematika

Oleh:
Fadjar Shadiq, M. App. Sc.
Widyaiswara PPPG Matematika Yogyakarta

==
====

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
PUSAT PENGEMBANGAN PENATARAN GURU (PPPG) MATEMATIKA
YOGYAKARTA
2004

DAFTAR ISI

BAGIAN I

PENGANTAR

A. Latar Belakang

Pelatihan Instruktur/Pengembang Matematika SD ini merupakan pelatihan jenjang lanjut. Para peserta diklat jenjang lanjut ini idealnya sudah berhasil dengan baik mengikuti diklat jenjang dasar. Karenanya materi Geometri pada diklat ini harus berbeda dari materi diklat jenjang dasar. Materi diklat jenjang lanjut ini merupakan kelanjutan ataupun memperdalam materi diklat tingkat dasar yang sudah pernah diikuti Bapak dan Ibu Guru. Di samping itu, diklat ini harus mampu membantu memecahkan masalah pendidikan matematika pada umumnya, dan termasuk memecahkan masalah pembelajaran geometri baik masalah yang muncul selama proses pembelajaran di kelas maupun masalah yang muncul selama pertemuan KKG.

B. Tujuan

Berdasar penjelasan di atas, tujuan penulisan makalah (*hand-out*) ini adalah untuk membantu dan memudahkan Bapak dan Ibu Guru peserta diklat Instruktur ataupun Pengembang Matematika SD dalam mempelajari materi diklat, terutama yang berkait dengan materi Geometri, baik materi Geomerti Datar maupun materi Geomerti Ruang.

C. Sasaran

Sasaran dari makalah ini adalah:

1. Bapak dan Ibu Guru peserta diklat Instruktur ataupun Pengembang Matematika SD jenjang lanjut.
2. Bapak dan Ibu Guru SD yang pernah mengikuti diklat Instruktur ataupun Pengembang Matematika SD jenjang dasar.

D. Cakupan Sajian

Cakupan sajian pada makalah ini adalah:

1. Lukisan bangun datar
2. Segibanyak beraturan (pengertiannya, sifat-sifatnya, dan cara melukisnya)
3. Pengubinan dan tangram
4. Melukis bangun ruang
5. Melukis jaring-jaring bangun ruang

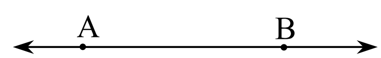
BAGIAN II
LUKISAN BANGUN DATAR

A. Pengantar

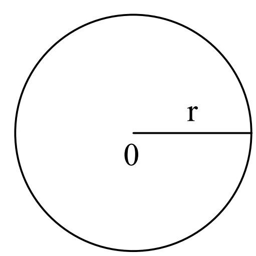
Sebagai guru SD yang akan membantu para siswa untuk belajar matematika, kemampuan untuk membuat dan merancang alat-alat peraga maupun alat bantu pembelajaran matematika menjadi sangat menentukan proses pembelajarannya sendiri yang pada akhirnya akan menentukan keberhasilan proses pembelajaran tersebut. Lukisan bangun geometri pada dasarnya adalah upaya memvisualkan obyek-obyek geometri yang sifatnya abstrak agar lebih mudah dikomunikasikan dan dipahami. Dengan demikian agar konsep maupun obyek yang sedang disampaikan melalui alat-alat peraga, alat bantu, gambar, atau lukisan itu dapat diterima secara benar oleh para siswa, maka dalam pembuatan lat peraga maupun gambar-gambar bangun geometri itu harus diusahakan secara berhati-hati dan cermat. Karenanya pengetahuan dan pemahaman tentang lukisan bangun-bangun geometri ini menjadi sangat penting dan menentukan.

Pada dasarnya, menurut Djoko Iswadji (2000:3); lukisan apapun yang akan dibuat, misalnya melukis persegi, segitiga sama sisi, segilima, segienam, garis bagi, garis tinggi, ataupun yang lainnya akan selalu merupakan rangkaian dari dua macam lukisan pangkal. Yang dimaksud dengan dua lukisan pangkal yaitu:

1. Melukis sebuah garis lurus (untuk selanjutnya disebut "garis") melalui dua buah titik berlainan A dan B yang diketahui.



2. Melukis busur lingkaran dengan titik pusat tertentu (O) dan jari-jari yang panjangnya diketahui (r). Karena lingkaran merupakan himpunan titik-titik yang berjarak sama ke suatu titik tertentu yang dikenal sebagai pusat lingkaran, maka titik-titik yang terletak pada suatu busur lingkaran akan berjarak sama terhadap pusat lingkarannya.



Lukisan pangkal pertama membutuhkan penggaris/mistar yang baik dan lukisan pangkal kedua membutuhkan jangka. Setiap lukisan selalu diperoleh dengan melakukan serangkaian kedua lukisan pangkal itu berulang-ulang. Karenanya, yang dimaksud dengan lukisan menurut Djoko Iswadji (2000:3) adalah proses mendapatkan gambar dari obyek tertentu dalam geometri seperti: garis, sudut, segitiga, atau yang lainnya dengan menggunakan peralatan utama berupa sebuah penggaris dan sebuah jangka; disamping menggunakan pensil dan busur derajat. Dalam pengembangannya, para siswa dapat juga hanya menggunakan sepasang penggaris siku-siku. Tetapi dalam banyak hal penggunaan jangka mutlak diperlukan.

Agar hasil lukisan baik dalam arti tepat bentuk dan ukurannya serta rapi dan bersih, maka Djoko Iswadji (2000:4) menyatakan bahwa dalam membuat lukisan perlu diperhatikan benar-benar hal-hal berikut:

1. Hendaknya menggunakan pensil yang runcing.
2. Hendaknya menggunakan penggaris yang baik, tidak cacat permukaan tepinya.
3. Hendaknya menggunakan jangka yang baik, tidak goyah engsel, jarum maupun pensilnya dijamin runcing, tidak tumpul.
4. Menyiapkan karet penghapus pensil.
5. Pada saat menarik garis melalui dua buah titik, diusahakan agar kedua titik itu tepat terletak pada tepi penggaris dengan kedekatan yang sama.
6. Pada saat menarik garis melalui dua buah titik, tahan penggarisnya agar tidak goyah.
7. Pada saat melukis busur lingkaran, tetapkan dahulu pusat dan panjang jari-jarinya misalnya dengan tanda “x”, kemudian tusukkan jarum jangka tepat pada titik pusatnya.
8. Sebelum yakin benar akan ketepatan gambarnya buatlah garis-garisnya agak tipis lebih dahulu, setelah yakin benar garis-garisnya dapat ditebalkan.

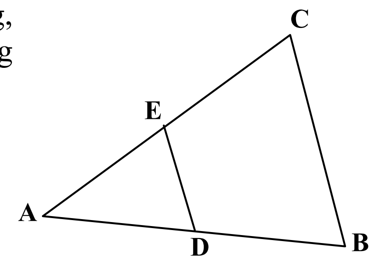
Lukisan merupakan kegiatan yang berkait dengan ketelitian dan ketepatan. Hasil lukisan tidak akan seperti yang diharapkan jika proses kegiatan ini dilakukan secara tergesa-gesa ataupun dilakukan secara ceroboh. Sering terjadi, dua garis yang seharusnya berpotongan di satu titik tertentu, lalu tidak berpotongan di titik tersebut karena kecerobohan ataupun ketidak telitian dalam melukisnya. Karenanya dibutuhkan perencanaan yang matang dalam proses membuat lukisan ini. Namun, menurut Djoko Iswadji (2000:4), jika rambu-rambu di atas diperhatikan dan dilaksanakan secara sungguh-sungguh dalam setiap pembuatan lukisan dan hal itu dilaksanakan secara konsekuen dalam proses pembelajarannya, maka pokok bahasan tentang “lukisan” akan dapat memiliki “nilai lebih” karena dapat menumbuhkembangkan sikap-sikap positif dalam bekerja yaitu sikap hati-hati, sistematis, bersih, rapi, dan cermat.

B. Lukisan Dasar

Sudah dinyatakan di bagian depan, pada dasarnya, lukisan apapapun yang dibuat akan selalu merupakan hasil dari salah satu atau lebih dua lukisan pangkal. Dua lukisan pangkal tersebut adalah melukis sebuah garis lurus dan melukis busur lingkaran. Pengetahuan prasyarat yang harus dimiliki guru dan siswa untuk mempelajari lukisan ini di antaranya adalah:

- Pengetahuan tentang lingkaran yang merupakan himpunan titik-titik yang berjarak sama ke suatu titik tertentu yang dikenal sebagai pusat lingkaran. Dengan demikian, titik-titik yang terletak pada suatu busur lingkaran akan berjarak sama terhadap pusat lingkarannya.

- Sifat-sifat pada belahketupat maupun layang-layang, seperti perpotongan kedua diagonalnya akan saling berpotongan tegak lurus.
- Kesebangunan pada segitiga, yaitu:
  Jika pada segitiga ABC berlaku DE//BC maka:
  AD:AB = AE:AC = DE:BC



- Sifat-sifat kesamasebangunan (kekongruenan) pada dua segitiga.
- Sifat sumbu ruas garis AB sebagai himpunan titik-titik yang berjarak sama terhadap titik A dan B.
- Sifat garis bagi $\angle$ABC sebagai himpunan titik-titik yang berjarak sama terhadap garis AB dan AC.

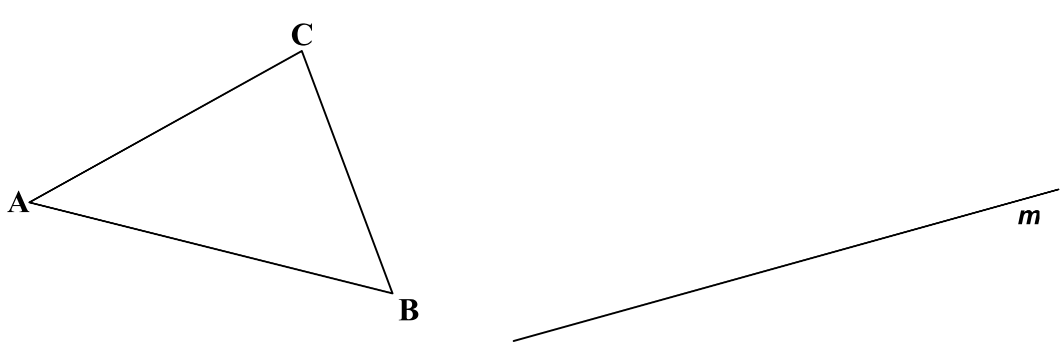
Di samping dua lukisan pangkal tersebut, terdapat sepuluh lukisan dasar berikut yang sering digunakan dalam proses melukis suatu bangun datar, yaitu:

1. Menduplikat segitiga
2. Menduplikat sudut
3. Melukis sumbu ruas garis
4. Membagi dua sama suatu ruas garis
5. Melukis garis melalui suatu titik yang diketahui dan tegak lurus pada garis lain
6. Melukis garis melalui suatu titik yang diketahui dan sejajar pada garis lain
7. Membagi ruas garis menjadi sejumlah ruas garis yang kongruen
8. Melukis lingkaran yang melalui tiga titik yang diketahui
9. Membagai dua sama besar suatu sudut
10. Melukis lingkaran yang menyinggung ketiga sisi suatu segitiga

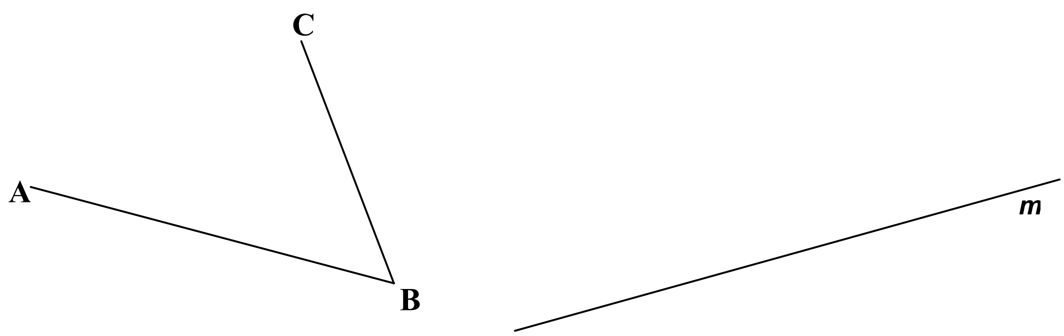
Yang perlu diperhatikan, kesepuluh lukisan dasar ini akan selalu menggunakan dua lukisan pangkal yang sudah disebutkan di atas, yaitu melukis sebuah garis lurus dan melukis busur lingkaran. Berikut ini adalah pembahsan kesepuluh lukisan dasar tersebut. Bapak dan Ibu akan bekerja di dalam kelompok-kelompok untuk mengerjakan tugas-tugas berikut.

1. Menduplikat Segitiga

Jiplaklah segitiga ABC di bawah ini ke sebelah kanannya sehingga baik titik A maupun B terletak pada garis *m*.

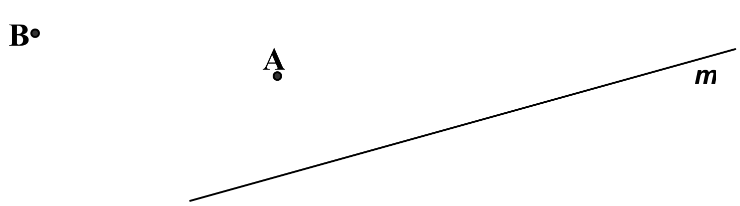


2. **Menduplikat Sudut**
   Jiplaklah ∠ABC di bawah ini ke sebelah kanannya sehingga baik titik A maupun B terletak pada garis *m*.



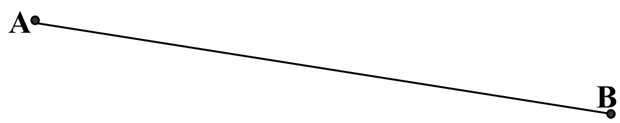
3. **Melukis Sumbu Ruas Garis**
   Sumbu suatu ruas garis adalah garis yang melalui titik tengah dan tegaklurus ruas garis tersebut.
   Lukislah sumbu ruas garis AB di bawah kiri ini.

4. **Membagi Dua Sama Suatu Ruas Garis**
   Bagilah ruas garis CD pada bagian kanan atas menjadi dua bagian yang sama panjang.
5. **Melukis Garis Melalui Suatu Titik yang Diketahui dan Tegak Lurus pada Garis Lain**
   Lukislah garis *n* yang melalui titik A dan tegak lurus pada garis *m* pada gambar di bawah ini.

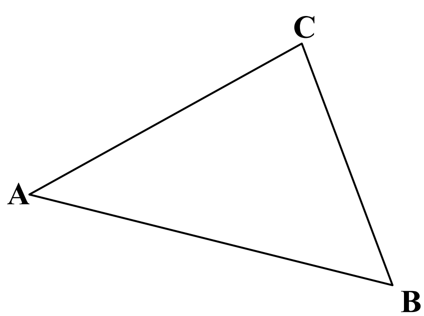


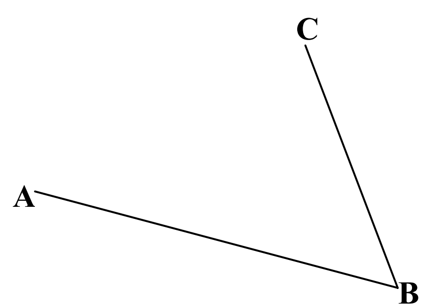
6. Melukis Garis Melalui Suatu Titik Yang Diketahui dan Sejajar Pada Garis Lain
Lukislah garis *p* yang melalui titik B dan sejajar dengan garis *m* pada gambar di atas.

7. Membagi Ruas Garis Menjadi Sejumlah Ruas Garis yang sama panjang
Bagilah ruas garis AB di bawah ini menjadi tiga bagian yang sama



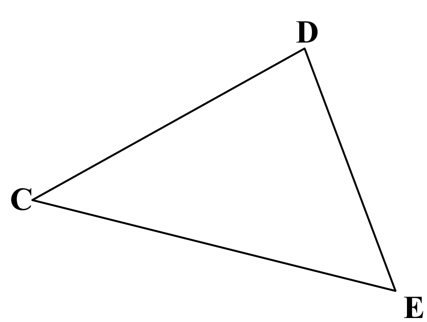
8. Melukis Lingkaran Melalui Tiga Titik yang Diketahui
Lukislah suatu lingkaran yang melalui titik-titik sudut segitiga ABC pada gambar kiri bawah ini





9. Membagai Dua Sama Besar Suatu Sudut
Bagilah $\angle$ABC pada gambar kanan atas menjadi dua bagian yang sama besar.

10. Melukis Lingkaran yang Menyinggung Ketiga Sisi Suatu Segitiga
Lukislah suatu lingkaran yang menyinggung ketiga sisi segitiga ABC di bawah ini.



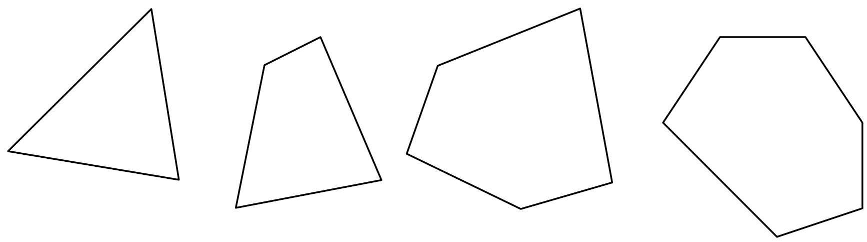
Latihan 2.1.

1. Lukislah persegi ABCD jika ditentukan AB = 5 cm.
2. Lukislah persegi-panjang EFGH jika ditentukan EF = 6 cm dan FG = 5 cm.
3. Lukislah belahketupat KLMN jika besar salah satu sudutnya adalah 60^{O} dan panjang diagonalnya adalah 7 cm.
4. Lukislah belahketupat PQRS jika besar salah satu sudutnya adalah 60^{O} dan panjang diagonalnya adalah 7 cm.
5. Lukislah jajargenjang KLMN jika besar salah satu sudutnya adalah 30^{O} dan panjang sisinya adalah 7 cm serta 5 cm.
6. Lukislah segitiga PQR, jika ditentukan:
   a. PQ = 6 cm, PR = 4 cm, dan QR = 5 cm
   b. PQ = 7 cm, PR = 4 cm, dan QR = 3 cm
   c. PQ = 6 cm, $\angle P = 30^o$, PR = 4 cm.
   d. PQ = 6 cm, $\angle P = 30^o$, PR = 3 cm.
   e. PQ = 6 cm, $\angle P = 30^o$, PR = 2 cm.
7. Lukislah layang-layang KLMN jika besar salah satu sudutnya adalah 60^{O} serta panjang diagonalnya adalah 7 cm dan 6 cm.
8. Lukis segitiga ABC jika diketahui AB = c; $\angle C = \gamma^o$, dan AC – BC = k.
9. Lukis segitiga samakaki ABC jika diketahui sebuah sudut alas dan garis bagi sudut alas itu
10. Lukis segitiga ABC jika diketahui sisi a, sisi b, dan garis berat dari titik sudut alas itu.
11. Lukislah trapesium ABCD jika AB // CD, $\angle A = 75^o$, diagonal AC = 6 cm,
    AB – CD = 4 cm, dan AD + BC = 9 cm.

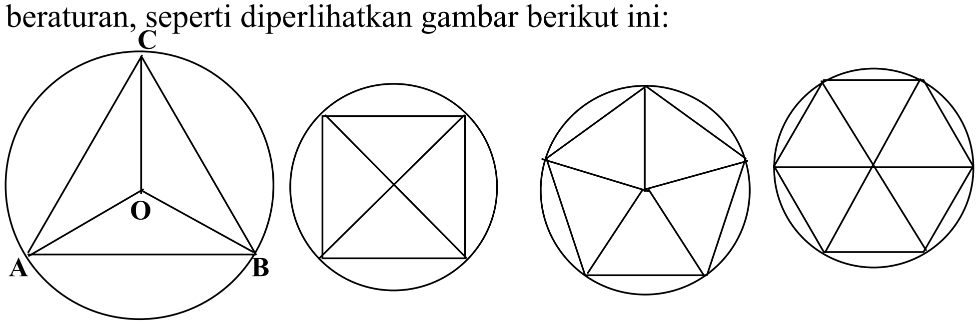
BAGIAN III
SEGIBANYAK BERATURAN

A. Pengertian Segibanyak Beraturan

Segitiga, segiempat, segilima, segienam, dan seterusnya merupakan contoh dari suatu segibanyak, seperti ditunjukkan gambar berikut ini:



Suatu segibanyak yang semua sisinya sama panjang, dan semua sudutnya sama besar disebut segibanyak beraturan. Segitiga samasisi, persegi, segilima beraturan, dan segienam beraturan merupakan contoh dari segibanyak beraturan, seperti diperlihatkan gambar berikut ini:



B. Sudut Pusat dan Sudut Segibanyak Beraturan

Perhatikan gambar paling kiri atas. ΔAOB, ΔBOC, ΔAOC merupakan suatu segitiga samakaki yang alasnya merupakan suatu sisi segibanyak beraturan, sedangkan puncaknya adalah titik pusat segibanyak beraturan. Ketiga segitiga tersebut dinamakan **segitiga titik pusat** segibanyak beraturan.

Latihan 3.1

1. Pada gambar atas paling kiri, $\angle AOB$, $\angle BOC$, dan $\angle COA$ merupakan sudut puncak segitiga titik pusat dan disebut sudut titik pusat segibanyak beraturan. Tentukan besar sudut pusat AOB, BOC, dan COA.
2. Berbentuk apakah segitiga titik pusat AOB, BOC, dan COA? Mengapa?
3. Pada gambar paling kiri atas, $\angle ABO$, $\angle CBO$, $\angle BCO$, … disebut sudut alas segitiga titik pusat. Tentukan besar sudut alas segitiga titik pusat tersebut.
4. Masih pada gambar paling kiri atas, $\angle ABC$, $\angle BCA$, dan $\angle CAB$ disebut sudut segibanyak. Tentukan besar sudut-sudut segibanyak ABC, BCA, dan CAB tersebut.

5. Masukkan hasil mengerjakan soal di atas tadi ke dalam tabel di bawah ini, lalu lanjutkan mengisi titik-titik yang kosong.

Segibanyak Beraturan	Sudut Pusat	Sudut Alas Segitiga Samakaki	Sudut Segibanyak	Jumlah Besar Sudut-sudut Segibanyak
Segitiga	120^o	30^o	60^o	180^o
Segiempat				
Segilima				
Segienam				
Segisepuluh				
Segiseratus				
…				
Segi-n				

6. Tulislah hal-hal menarik pada kotak di bawah ini yang Anda dapatkan ketika mengerjakan kegiatan di atas.

7. Dapatkah Anda menentukan jumlah besar sudut-sudut segibanyak dengan cara lain?

C. Melukis Segibanyak Beraturan

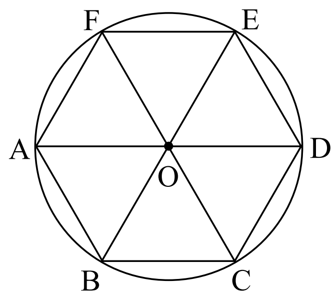
Berdasar hasil pengerjaan di atas, dapatlah disimpulkan bahwa untuk setiap segi-n beraturan; jumlah besar sudut-sudutnya adalah $(n - 2) \times 180^o$. Sehingga tiap sudut sebuah segi-n beraturan besarnya adalah $\frac{(n-2)\times 180^o}{n}$. Sebagai contoh, pada segilima; jumlah besar sudutnya adalah $(5 - 2) \times 180^o = 540^o$, sehingga untuk segitiga samasisi, besar tiap sudutnya adalah $\frac{540^o}{5} = 108^o$.

Pada segiempat, jumlah besar sudutnya adalah $(4 - 2) \times 180^o = 360^o$; sehingga untuk persegi (segiempat beraturan), besar tiap sudutnya adalah $\frac{360^o}{4} = 90^o$.

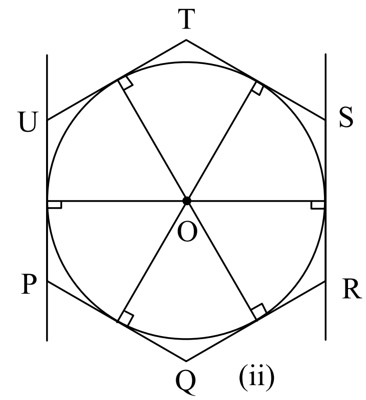
Jika pada keliling sebuah lingkaran terdapat n buah titik-titik yang membagi suatu lingkaran dalam n busur-busur yang sama maka terbentuklah suatu segibanyak beraturan oleh:

a. Tali busur-tali busur yang menghubungkan titik bagi-titik bagi yang beraturan (segibanyak dalam beraturan)
b. Garis singgung-garis singgung di titik-titik bagi (segibanyak luar beraturan).

Contoh:



(i)

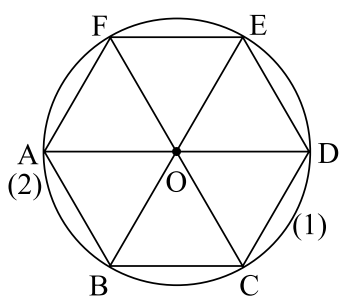


(ii)

Selanjutnya makalah ini hanya akan membahas segibanyak dalam beraturan. Pada gambar (i) di bagian kiri atas, nampak talibusur-talibusur yang membentuk segienam beraturan. Notasi S_6 menyatakan panjang sisi segienam beraturan dengan lingkaran luar berpusat di P dan berjari-jari R.

Karena besar tiap sudut sebuah segienam beraturan adalah $\frac{(6-2)\times 180^{o}}{6} = 120^{o}$, sehingga didapat $\angle ABC = 120^{o}$. Sebagai akibatnya, $\angle ABO = \angle BOA = \angle BAO = 60^{o}$. Dengan demikian, ΔABC merupakan segitiga samasisi, sehingga didapat AB = S_6 = OB = R.

Pengetahuan bahwa panjang sisi suatu segienam beraturan = S_6 = R menjadi sangat penting. Aplikasi pengetahuan tersebut, salah satunya adalah untuk membuat segienam beraturan dengan panjang sisi tertentu. Untuk membuat segienam beraturan dengan panjang sisi 5 cm misalnya, langkahnya adalah sebagai berikut:



(i)

1. Melukis lingkaran yang berjari-jari 5 cm dengan pusat O.
2. Mentukan salah satu titik (titik A misalnya) pada lingkaran tersebut.
3. Membuat busur lingkaran dengan pusat A dan jari-jari 5 cm sehingga memotong lingkaran awal yang sudah dibuat tadi di dua titik, yaitu titik B dan F.
4. Lakukan hal yang sama dengan langkah 3 di atas namun dengan pusat B sehingga didapat titik C, lalu dengan pusat C sehingga didapat titik D lalu ditentukan titik E sehingga terbentuk segienam beraturan ABCDEF.

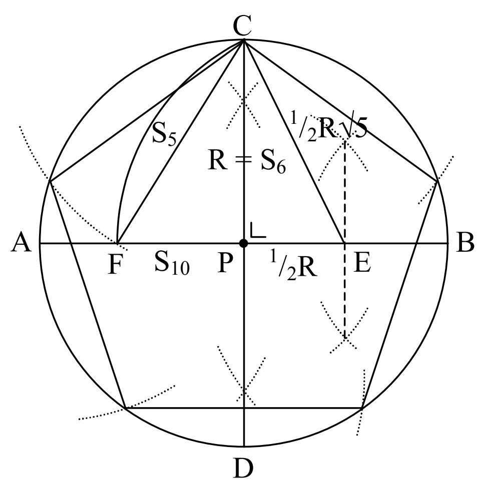
Hal-hal yang dipaparkan di atas menunjukkan bahwa pengetahuan tentang panjang sisi segienam beraturan sangat berguna untuk melukis segienam beraturan ini sangat penting.

Latihan 3.2

1. Buktikan bahwa panjang sisi segiempat beraturan (persegi) adalah $R\sqrt{2}$, dengan R merupakan jari-jari lingkaran luar segiempat beraturan (persegi).
2. Buktikan bahwa panjang sisi segitiga beraturan (segitiga samasisi) adalah $R\sqrt{3}$, dengan R merupakan jari-jari lingkaran luar segitiga beraturan (segitiga samasisi).
3. Buktikan bahwa panjang sisi segidelapan beraturan adalah $R\sqrt{2-\sqrt{2}}$ dengan R merupakan jari-jari lingkaran luar segidelapan beraturan.

D. Melukis Segilima Beraturan

Apabila jari-jari lingkaran luar segilima beraturan adalah R, maka cara melukis segilima beraturan menurut Djoko Iswadji (2000: 23) adalah sebagai berikut:



1. Lukis lingkaran dengan pusat P dan jari-jari R.
2. Lukis salah satu garis tengah lingkaran tersebut, misaanya AB.
3. Lukis CD yang merupakan sumbu AB.
4. Lukis titik E yang merupakan tengah-tengah AB, sehingga PE = $\frac{1}{2}R$, sehingga EC = $\frac{1}{2}R\sqrt{5}$
5. Dengan pusat E jangkakan busur dengan jari-jari = EC sehingga memotong PA di F.
6. FC = S_5 merupakan sisi dari segilima beraturan yang diminta
7. FC sebagai talibusur pada lingkaran (P, R) dijangkakan 5 kali.
8. Segilima beraturan terlukis.

Bukti:
Perhatikan gambar di atas.

PE = $\frac{1}{2}R$, CE = $\frac{1}{2}R\sqrt{5}$; FE = $\frac{1}{2}R\sqrt{5}$; sehingga:

$$FP = FE - PE = \frac{1}{2}R\sqrt{5} - \frac{1}{2}R = \frac{1}{2}R(-1+\sqrt{5})$$

Jadi FP = $\frac{1}{2}R(-1+\sqrt{5}) = S_{10}$

Perhatikan sekarang ΔCFP

$$CF^2 = PC^2 + FP^2 = R^2 + \left(\frac{1}{2}R\sqrt{5} - \frac{1}{2}R\right)^2 = R^2 + \frac{5}{4}R^2 - \frac{1}{2}R^2\sqrt{5} + \frac{1}{4}R^2$$

$$= \frac{5}{2}R^2 - \frac{1}{2}R^2\sqrt{5} = \frac{1}{2}R^2(5-\sqrt{5})$$

$$CF = \sqrt{\frac{1}{2}R^2(5-\sqrt{5})} = \frac{1}{2}R\sqrt{10-2\sqrt{5}}$$

Jadi $CF = \frac{1}{2}R\sqrt{10-2\sqrt{5}} = S_5$ (terbukti)

Catatan:

1) Untuk melukis segi sepuluh beraturan dapat dilakukan dengan menjangkakan FP sebagai tali busur 10 kali pada lingkaran luar.
2) Terdapat hubungan:

$$S_{10}^2 + S_6^2 + S_5^2$$

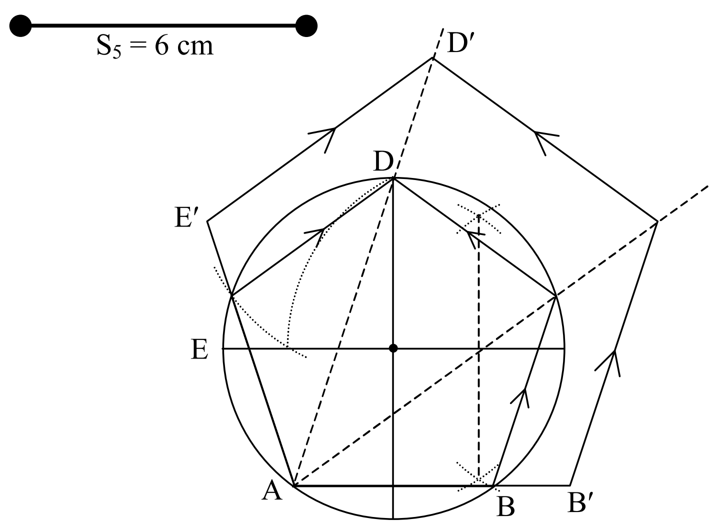
Contoh: Lukislah segilima beraturan dengan panjang sisinya 6 cm.

Penyelesaian:

Apabila yang diketahui adalah panjang sisi segilima beraturan, maka tidaklah mudah menentukan panjang jari-jari lingkaran luarnya. Oleh karena itu untuk melukis segilima beraturan tersebut dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

Lukislah segilima beraturan dengan jari-jari lingkaran luar sembarang. Kemudian memperbanyak bangun-bangun segilima beraturan tersebut sehingga segilima beraturan yang dimaksud diperoleh.

Lukisan:



Langkah-langkahnya:

1. Melukis sembarang segilima beraturan ABCDE dengan jari-jari lingkaran luar R.
2. Memperbanyak bangun ABCDE menjadi AB′C′D′E′ dengan memperpanjang:
   a) AB menjadi AB′ = 6 cm
   b) Memperpanjang AE menjadi AE′ = 6 cm
   c) Tarik garis B′C′ // BC dengan B′C′ = 6 cm
   d) Tarik garis D′E′ // DE dengan D′E′ = 6 cm
3. Terlukis segilima beraturan AB′C′D′E′ yang diminta.

<u>Latihan 3.3</u>

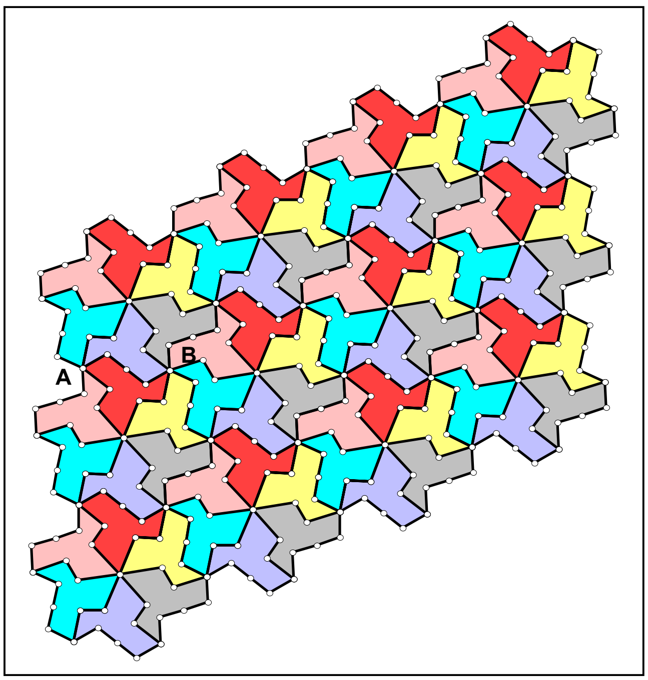
1. Lukislah segilima beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran luarnya 5 cm.
2. Lukislah segilima beraturan dengan panjang sisinya 5 cm.
3. Lukislah segienam beraturan dengan panjang sisinya 6 cm.
4. Lukislah segidelapan beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran luarnya 6 cm.
5. Lukislah segidelapan beraturan dengan panjang sisinya 6 cm.

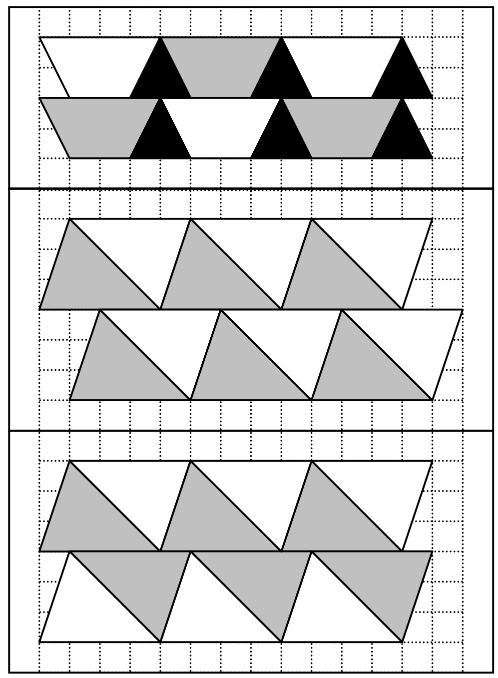
BAGIAN IV
PENGUBINAN DAN TANGRAM

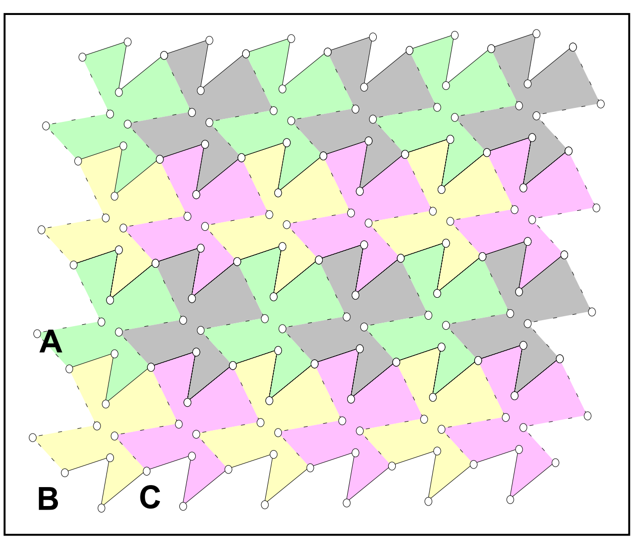
> ***The mathematician's patterns, like the painter's or poet's, must be beatiful; the ideas, like the colours or the words, must fit together in a harmonious way… . There is no permanent place in the world for ugly maths (GH Hardy, Matematikawan Inggris)***

A. Pengubinan

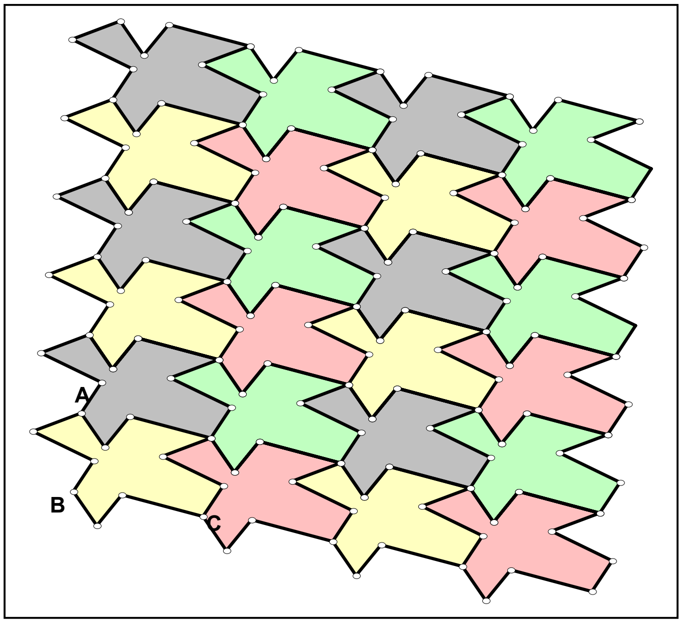
Perhatikan gambar-gambar di bawah ini.

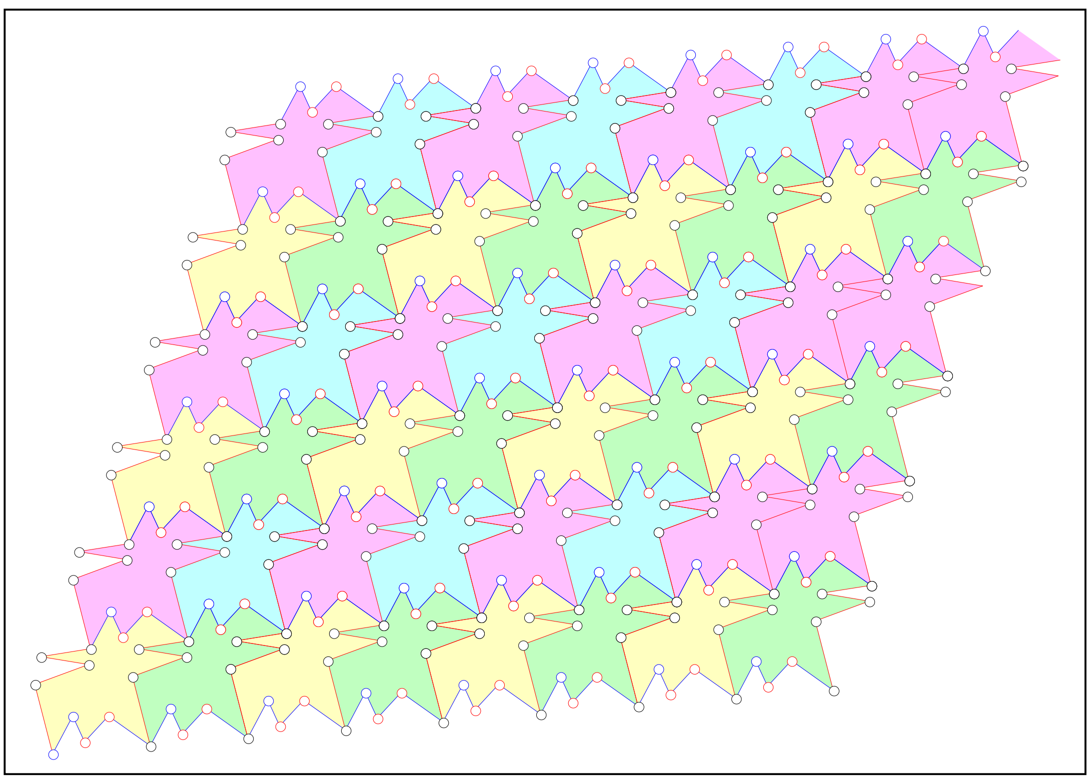






Hal-hal menarik apa saja yang Anda dapatkan setelah mengamati desain di atas dan bawah?

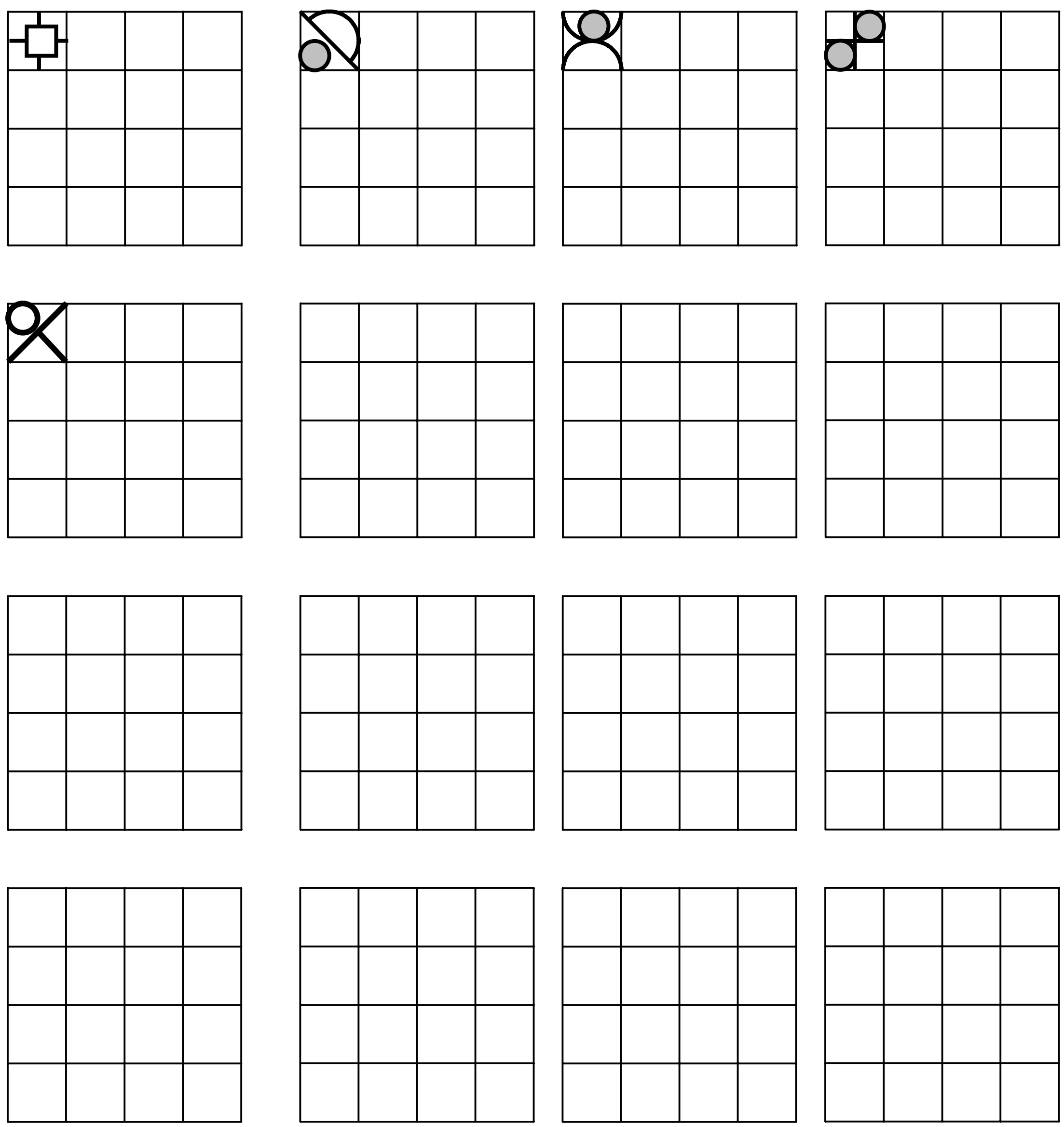




Pengkajian tentang desain, dapat menjadi hal yang sangat mengasyikkan bagi para matematikawan, guru matematika, desainer, dan diharapkan akan menarik perhatian para siswa. Pola dan desain geometris dapat ditemukan di berbagai sudut dari kehidupan. Perhatikan desain menarik yang menggunakan pergeseran (*translations*), rotasi (*rotations*), ataupun pencerminan (*reflections*) pada model-model keramik, lantai, dinding, bangunan, patung, batik, baju ataupun kain tenun tradisionil. Pergeseran, rotasi, dan pencerminan merupakan contoh dari transformasi. Pada tiga transformasi ini, luas bangun hasil adalah sama dengan luas bangun asalnya. Hal ini menghasilkan istilah baru bahwa ketiga transformasi tersebut disebut dengan *isometri*, suatu istilah yang berasal dari bahasa Yunani dengan arti 'sama luas'. Bagaimana cara Anda melanjutkan pengubinan di bawah ini? Gusuran (*shears*), dan perkalian (*dilatation*) merupakan transformasi juga, namun luas bangun hasil dapat berbeda dengan luas bangun asalnya.

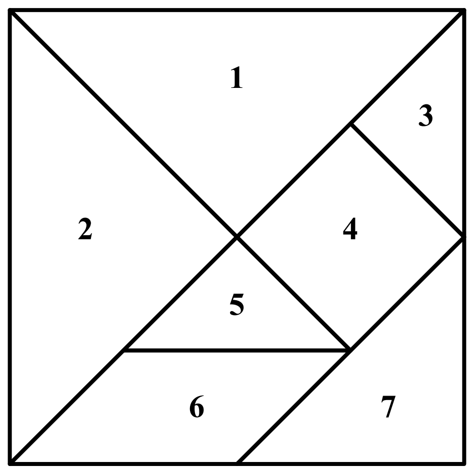
Latihan 4.1

Lanjutkan pengubinan di bawah ini sesuai kreasi Anda.



B. Tangram

Tangram yang berasal dari China dan dikenal di Cina sebagai *ch'i ch'iao t'u* adalah semacam permainan yang berasal dari suatu persegi yang dibagi menjadi 7 bagian seperti gambar di bawah ini. Setiap bagian dari ketujuh bagian itu disebut '*tan*'. Lima bagian dari *tan* tersebut dengan nomor 1, 2, 3, 5, dan 7 berbentuk segitiga samakaki siku-siku, satu bagian *tan* tersebut dengan nomor 4 berbentuk persegi, dan satu bagian lagi yang bernomor 7 berbentuk jajargenjang.



Yang dapat dilakukan para siswa yang berkait dengan tangram adalah membentuk bermacam-macam bangun datar, menjawab pertanyaan, ataupun melakukan kegiatan berikut:

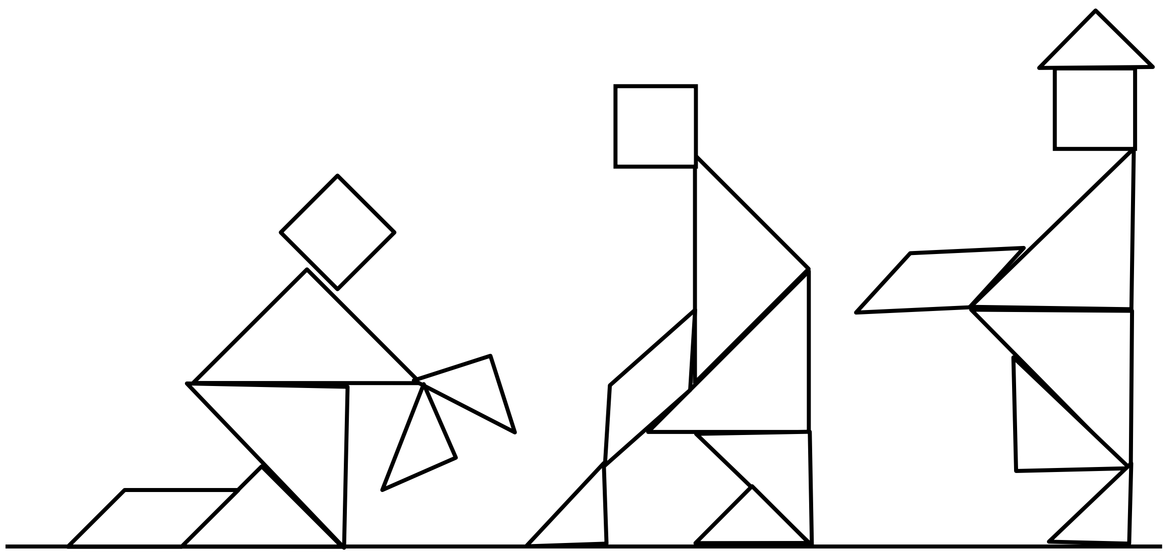
- Membentuk persegi dengan menggunakan *tan* nomor 3 dan 5.
- Bagian-bagian tangram yang mana saja yang memiliki luas yang sama?
- Bagian-bagian mana dari tangram tersebut yang memiliki luas yang sama.dengan bagian tangram nomor 7?
- Tentukan perbandingan luas bagian 5 terhadap bagian 7.
- Membentuk suatu jajargenjang dengan bagian tangram nomor 1 dan 2.
- Membentuk suatu persegi dengan menggunakan bagian tangram selain bagian nomor 1 dan 2.

Dengan menggunakan ketujuh *tan* yang ada, kegiatan yang dapat dilakukan adalah membuat gambar berbentuk:

- persegi
- jajargenjang
- trapesium samakaki
- trapesium siku-siku (2 macam)

- persegipanjang
- segitiga siku-siku samakaki
- segilima
- segienam

Bangun-bangun di atas dapat dibentuk dari ketujuh *tan* yang ada. Di samping membentuk bangun-bangun datar, ketujuh *tan* yang ada dapat dibentuk menjadi gambar-gambar menarik seperti terlihat pada gambar di bawah ini. Di samping dapat dibuat untuk membuat gambar manusia, ketujuh *tan* yang ada dapat dibentuk menjadi gambar-gambar menarik lainnya seperti gambar binatang, bangunan, ataupun gambar lainnya.



Latihan 4.2

Buatlah bentuk-bentuk menarik dengan menggunakan seluruh bagian tangram yang ada (7 bagian) atau sebagiannya saja. Gambarkan hasilnya di bawah ini.

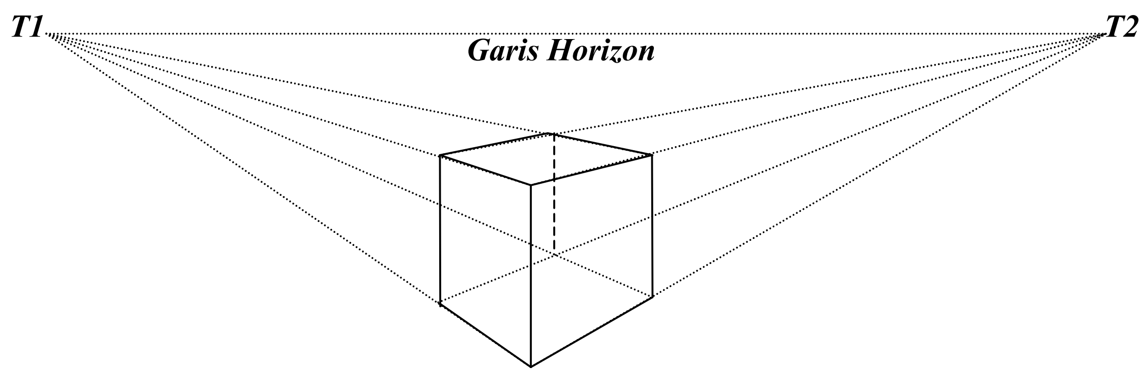
BAGIAN V
BANGUN RUANG

Gambar Kubus

Salah satu penyebab kesulitan pembelajaran dan pembahasan konsep bangun ruang adalah, bangun ruang merupakan hasil proses abstraksi dan idealisasi.dari benda-denda konkret berdimensi tiga yang memiliki ukuran panjang, lebar, dan tinggi. Namun gambar bangun ruang tersebut pada bidang gambar merupakan proyeksi bangun ruang tersebut pada bidang gambar. Pada gambar kubus misalnya, dapat terjadi suatu ruas garis yang kelihatannya berimpit namun pada kenyataannya tidak berimpit. Pada gambar dapat terjadi suatu bidang yang tergambar sebagai jajargenjang namun pada kenyataannya berbentuk persegi. Hal-hal seperti inilah yang harus diantisipasi para guru matematika SD, utamanya harus diantisipasi para guru pemandunya. Karenanya, teknik menggambar bangun ruang menjadi hal yang sangat penting. Dikenal dua cara untuk menggambar bangun ruang, yaitu cara perspektif dan cara stereometris.

1. Cara Perspektif

Perhatikan gambar kubus di bawah ini yang digambar dengan cara perspektif.

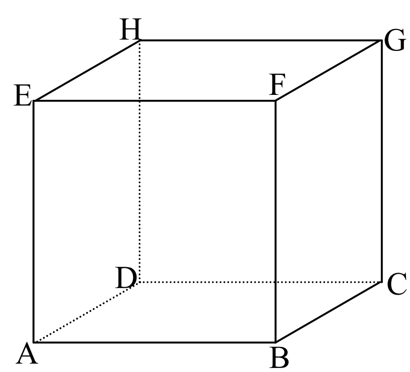


Pada gambar di atas nampaklah bahwa beberapa garis yang sejajar namun tidak sejajar terhadap garis horizonnya akan digambarkan menuju ke titik T1 atau T2. Titik T1 dan T2 disebut titik pandang. Garis-garis yang tegaklurus garis horizon digambar tegaklurus pada horizon juga, namun dengan tinggi yang berbeda, tergantung pada seberapa jauh atau seberapa dekatnya ke titik T1 ataupun T2.

2. Cara Stereometris

Perhatikan gambar kubus di samping kanan ini yang digambar dengan cara stereometris. Bandingkan dengan gambar di atas? Apa saja perbedaannya?

Ternyata, dengan cara stereometris, garis-garis yang sejajar digambarkan sejajar juga. Bahkan, beberapa bidang digambar seperti aslinya.



Beberapa istilah atau pengertian yang perlu diketahui para guru dalam membuat gambar stereometris suatu bangun ruang pada suatu bidang datar adalah:

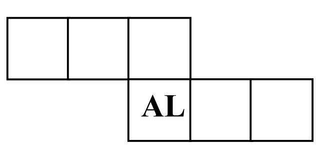
1. **Bidang gambar** yaitu bidang tempat suatu gambar dibuat. Contohnya, permukaan papan tulis atau kertas.
2. **Bidang frontal** yaitu setiap bidang yang sejajar dengan bidang gambar. Contohnya, bidang ABFE dan DCGH. Setiap bangun yang terletak pada bidang frontal harus digambar dalam bentuk dan ukuran yang sebenarnya.
3. Garis-garis yang terletak pada bidang frontal disebut **garis frontal**.
4. **Garis orthogonal** adalah garis yang letaknya tegak lurus pada garis frontal seperti AC dan BC.
5. **Sudut surut** adalah sudut pada gambar yang dibentuk oleh garis frontal horizontal arah ke kanan dengan garis orthogonal arah ke belakang, seperti sudut BAD. Pada gambar di atas, sudut surutnya adalah 30^0. Mengapa?
6. **Perbandingan proyeksi** yaitu perbandingan antara panjang ruas garis ortogonal pada gambar dengan panjang sesungguhnya dari ruas garis itu. Pada gambar di atas, perbandingan proyeksinya adalah 1 : 2.

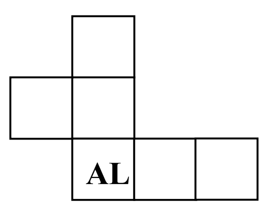
<u>**Latihan 5.1**</u>

1. Lukislah sebuah kubus ABCD.EFGH dengan panjang sisi 6 cm dengan cara:
   a. perspektif
   b. stereometris dengan ketentuan sudut surut 120^o, bidang ABFE merupakan bidang frontalnya, dan dengan perbandingan proyeksi 1:2.
2. Lukislah sebuah balok ABCD.EFGH dengan AB = 8 cm, BC = 14 cm, dan BF = 6 cm dengan cara:
   a. perspektif
   b. stereometris dengan ketentuan sudut surut 35^o, bidang ABFE merupakan bidang frontalnya, dan perbandingan proyeksi 1:3.

JARING-JARING BANGUN RUANG

Apabila kita membuat kubus dari karton maka terlebih dahulu kita buat jaring-jaring kubus yaitu rangkaian enam daerah persegi yang dapat dibentuk menjadi sebuah kubus. Contoh rangkaian 6 persegi adalah seperti gambar ini.



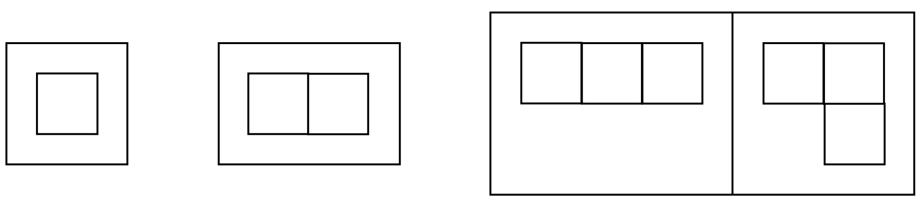


Untuk mengetahui apakah suatu rangkaian persegi (seperti gambar di atas) merupakan suatu jaring-jaring kubus atau bukan adalah dengan menentukan salah satu sisinya sebagai bidang alas (AL). Setelah itu dapat ditentukan bidang-bidang: atas (AT), kanan

(KA), kiri (KI), depan (D), dan belakang (B). Jika tidak ada bidang-bidang sisi yang berimpit maka rangkaian tersebut merupakan suatu jaring-jaring kubus. Pada rangkaian di atas, jika dilanjutkan akan didapat hasil berikut di mana rangkaian enam persegi yang sebelah kiri merupakan contoh jaring-jaring kubus, sedangkan rangkaian enam persegi yang sebelah kanan bukan merupakan contoh jaring-jaring kubus karena sisi atas akan berimpit.

Seluruhnya akan ada 11 jaring-jaring kubus. Pertanyaan yang dapat diajukan adalah: Bagaimana meyakinkan diri kita sendiri dan orang lain bahwa hanya ada 11 jaring-jaring kubus.

Karena jaring-jaring kubus terdiri atas 6 rangkaian enam buah persegi, maka pertanyaan yang harus dijawab adalah, ada berapa macam rangkaian 6 persegi yang berbeda? Untuk menjawabnya, pertanyaan yang harus dijawab lebih dahulu adalah, ada berapa macam rangkaian 5 persegi yang berbeda? Sebelumnya lagi, ada berapa macam rangkaian 4, 3, dan 2 persegi yang berbeda?

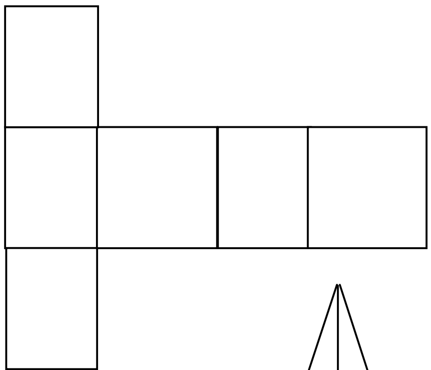


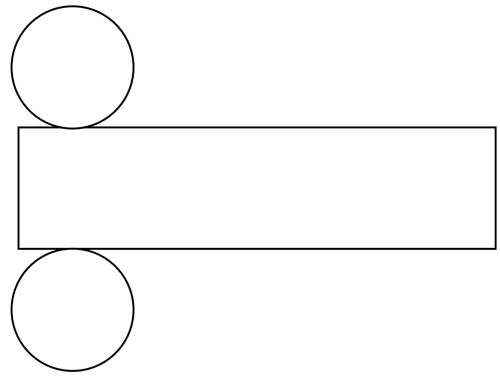
Dari sebuah persegi (*monomino*) di atas, dapat diletakkan sebuah persegi berturut-turut di atasnya, di kanannya, di bawahnya, dan di atasnya yang mengarah ke satu bentuk rangkain dua persegi (*domino*) yang berbeda. Dengan cara sama hanya akan didapat dua macam rangkaian tiga persegi yang berbeda (*tromino*); akan didapat lima macam rangkaian empat persegi yang berbeda (*tetromino*); duabelas macam rangkaian lima buah persegi yang berbeda (*pentomino*). Di samping itu, akan ada 35 rangkaian enam persegi yang berbeda. Dari 35 rangkaian tersebut hanya didapat 11 jaring-jaring kubus.

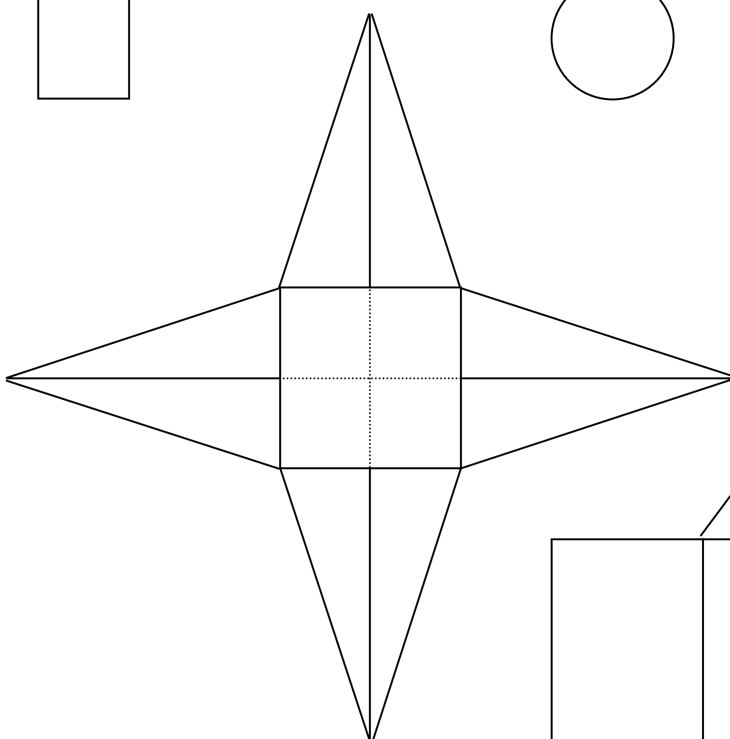
Pembahasan jaring-jaring bangun ruang pada tulisan ini tidak semuanya disampaikan pada siswa dan hal ini lebih dimaksudkan untuk membantu guru dalam membuat alat peraga misalnya penentuan volum bangun ruang.

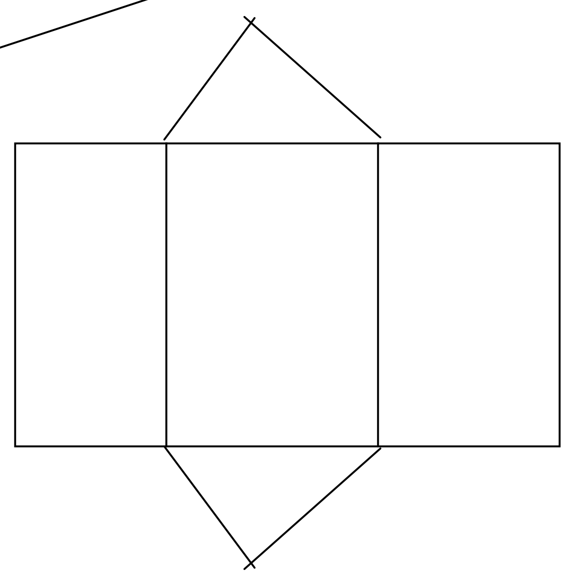
Bagian berikut adalah contoh jaring-jaring bangun ruang.

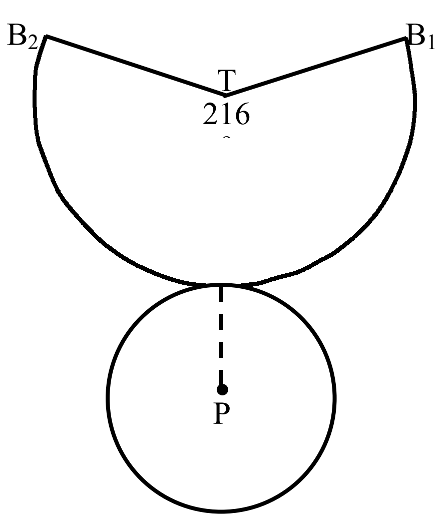
Pada jaring-jaring bangun ruang di bawah ini, tentukan ruas-ruas garis yang sama panjang.







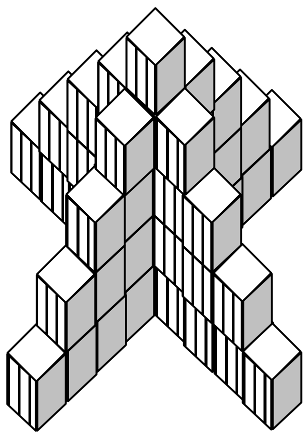




Latihan 5.2

1. Buatlah jaring-jaring:
    a. Tabung dengan tinggi 5 cm dan jari-jari lingkaran alas 3,5 cm.
    b. Limas segi-4 beraturan dengan tinggi 4 cm dan panjang rusuk alas 6 cm.
    c. Kerucut dengan apotema 7 cm dan jari-jari lingkaran alas 5,25 cm.
    d. Kerucut dengan diameter lingkaran alas 6 cm dan tinggi 4 cm.
    e. Limas segiempat beraturan yang diketahui panjang rusuk alasnya adalah 10 cm, dan tinggi limasnya adalah 5 cm

2. Perhatikan gambar menara kubus setinggi lima kubus di bawah ini.



a. Ada berapa buah kubus yang dibutuhkan untuk membangun menara setinggi enam kubus seperti gambar di atas?
b. Jika seluruh bagian luar menara ini dicat hijau, lalu setelah catnya kering menara tersebut dibongkar, tentukan banyaknya kubus satuan yang tercat:
    - enam sisinya
    - lima sisinya
    - empat sisinya
    - tiga sisinya
    - dua sisinya
    - satu sisinya
    - nol sisinya

a. Berapa buah kubus yang dibutuhkan untuk membangun menara kubus setinggi 16 kubus?
b. Jelaskan cara Anda mendapatkan hasil tersebut.
c. Bagaimana cara Anda mendapatkan atau menghitung banyaknya kubus yang dibutuhkan untuk membangun menara setinggi n kubus?

Daftar Pustaka

Abdullah, S; Wakiman, T; Anggraini, G. (2000) *Materi Pembinaan Guru SD di Daerah.* Yogyakarta: PPPG Matematika.

Winarno; (1999). *Geometri Ruang.* Yogyakarta: PPPG Matematika

Iswadji, Djoko (2000) *Geometri Datar (Bahan penataran Guru SLTP).* Yogyakarta: PPPG Matematika

Sugiyono (2000). *Geometri Ruang (Bahan penataran Guru SLTP).* Yogyakarta: PPPG Matematika

Rahardjo, M. (1999) *Geometri Datar dan Ruang.* Yogyakarta: PPPG Matematika.

Sukarman, H (2000) *Geometri.* Yogyakarta: PPPG Matematika.

Travers, K.J.; Dalton, L.C.; Layton, K.P. (1987). *Laidlaw Geometry.* Illinois : Laidlaw Brothers.

Winarno; (1999). *Geometri Ruang.* Yogyakarta: PPPG Matematika