Bab I

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Matematika bagi siswa SMK pada umumnya merupakan mata pelajaran yang tidak disenangi. Guru sebagai pendidik dalam hati bertanya, mengapa mereka tidak menyenanginya ?. Berdasarkan pertanyaan tersebut perlu adanya pemecahan, salah satunya adalah dalam menyampaikan materi matematika perlu memperhatikan pendekatan diantaranya metode mengajar yang lebih menarik disamping guru juga harus mempunyai kompetensi dalam menjelaskan konsep-konsep dasar materi / pokok bahasan matematika yang akan diajarkan kepada siswa, karena guru merupakan faktor yang sangat menentukan bagi keberhasilan anak didik.

Perhitungan-perhitungan matematika yang melibatkan operasi hitung seringkali terjadi kesalahan atau kekeliruan perhitungan pada waktu akhir walaupun proses perhitungannya benar. Kesalahan Ini disebabkan oleh kesalahan bawaan (*inherent*) disebabkan keterbatasan alat ukur yang mengakibatkan ketidaktepatan nilai ukuran yang diperoleh, kesalahan pembulatan maupun kesalahan pemotongan sampai dengan angka desimal yang dimaksudkan. Oleh karena itu konsep - konsep dasar pokok bahasan aproksimasi khususnya dalam pengukuran merupakan materi yang harus dikuasai oleh siswa SMK karena sangat menunjang kelancaran penyampaian materi lainnya. Pada waktu melaksanakan pelajaran praktik, siswa kadang kala melaksanakan pengukuran, maka hal tersebut ada keterkaitannya dengan aproksimasi.

B. Tujuan

Setelah mengikuti pendidikan dan pelatihan (diklat) peserta diharapkan mampu menjelaskan dan memberi contoh :

1. pembulatan hasil pengukuran ditentukan berdasar konsep aproksimasi.
2. salah mutlak, salah relatif, persentase kesalahan, batas-batas jumlah dan selisih serta hasil kali dua pengukuran.

C. Ruang Lingkup

Bahan ajar Aproksimasi dimaksudkan untuk meningkatkan kompetensi guru matematika SMK dalam menjelaskan konsep-konsep dasar materi / pokok bahasan matematika yang akan diajarkan kepada siswa. Hal-hal yang akan dibahas meliputi : : Pengertian Aproksimasi, Pembulatan, Salah mutlak, Salah relatif, Persentase Kesalahan, Toleransi dan Batas-batas Pengukuran.

Bab II

Aproksimasi

A. Pengertian Aproksimasi

Dalam percakapan sehari-hari, sering kita menyebut suatu bilangan, misalnya “ Keranjang ini isinya 12 butir telur ”, atau “ Model pakaian ini memerlukan kain 3 meter ” . Dua contoh kalimat tadi menyebut bilangan yang diperoleh secara berbeda, yaitu bilangan 12 diperoleh dari kegiatan “ membilang ” karena bilangan yang dimaksud adalah eksak yang hanya ada satu jawaban yang tepat untuk persoalan itu, sedangkan bilangan 3 diperoleh dari “ pengukuran ” karena bilangan yang didapat hasilnya tidak pasti (tidak eksak) mungkin 2,99… meter, sehingga dibulatkan saja menjadi 3 meter. Dari kegiatan pengukuran tersebut walaupun telitinya dalam mengadakan suatu pengukuran, tidak akan dapat menyatakan ukuran yang tepat, meskipun suatu ukuran yang demikian itu ada. Dengan demikian bilangan yang diperoleh dari mengukur itu hanyalah pendekatan atau pembulatan. Pembulatan seperti ini disebut aproksimasi.

B. Pembulatan

Semua pengukuran adalah “ pendekatan “ oleh karena itu hasil-hasil pengukuran panjang, massa, waktu, luas dan sebagainya harus diberikan menurut ketelitian yang diperlukan.

Pembulatan dilakukan dengan aturan, jika angka berikutnya 5 atau lebih dari 5 maka nilai angka di depannya ditambah satu. Kalau angka berikutnya kurang dari 5 maka angka tersebut dihilangkan dan angka di depannya tetap.

Ada tiga macam cara pembulatan, yaitu :

a. pembulatan ke ukuran satuan ukuran terdekat
b. pembulatan ke banyaknya angka desimal, dan
c. pembulatan ke banyaknya angka-angka yang signifikan

1. Pembulatan ke Ukuran Satuan Terdekat

Dalam hal pembulatan ke ukuran satuan yang terdekat, ditetapkan lebih dahulu satuan terkecil yang dikehendaki oleh yang mengukur

Contoh :

a. 165,5 cm = 166 cm , dibulatkan ke cm terdekat
b. 2, 43 kg = 12 kg , dibulatkan ke kg terdekat
c. 14,16 detik = 14,2 detik, dibulatkan ke persepuluh detik terdekat

2. Pembulatan ke Banyaknya Angka-angka Desimal

Untuk mempermudah pekerjaan, kadang-kadang perlu diadakan pembulatan suatu bilangan desimal sampai ke sekian banyak tempat desimal sesuai dengan maksud yang dikehendaki.

Contoh :

5,47035 = 5,4704 dibulatkan sampai empat tempat desimal

= 5,470 dibulatkan sampai tiga tempat desimal

= 5,47 dibulatkan sampai dua tempat desimal

= 5,5 dibulatkan sampai satu tempat desimal

3. Pembulatan ke Banyaknya Angka-angka yang Signifikan

Cara lain untuk menyatakan ketelitian pendekatan, yaitu dengan cara menetapkan banyaknya angka yang signifikan. Istilah signifikan berasal dari bahasa Inggris " *Significant* " yang berarti " bermakna ".Kita menyatakan bahwa 64,5 cm mempunyai 3 angka signifikan dan 65 cm mempunyai 2 angka yang signifikan.

Jika diketahui suatu bilangan, berikut adalah aturan-aturan untuk menentukan angka-angka mana yang signifikan :

a. Angka yang tidak nol selalu signifikan
b. Angka " 0 " itu signifikan jika letaknya diantara angka-angka yang signifikan.
c. Angka " 0 " itu tidak pernah signifikan jika mendahului angka-angka yang tidak nol bahkan jika angka-angka nol itu muncul sesudah tanda tempat desimal
d. Angka " 0 " itu signifikan jika muncul setelah tanda tempat desimal dan angka-angka lain yang signifikan
e. Angka " 0 " pada suatu bilangan, khususnya yang ditandai "strip " atau " bar " adalah signifikan.

Contoh :

1) 807003 Disini mempunyai 6 angka signifikan.
2) 032,00 m. Dua angka nol (dibelakang) di sini menyatakan bahwa panjang telah diukur sampai ke perseratusan meter terdekat, jadi signifikan, di sini ada 4 angka signifikan
3) 0,0720 km. Dua angka nol yang pertama menunjukkan tempat koma, jadi tidak signifikan. Nol yang ketiga menunjukkan bahwa panjang telah diukur sampai ke persepuluhan meter, jadi signifikan. Di sini ada 3 angka signifikan
4) 20,080 km. Di sini mempunyai 5 angka yang signifikan
5) 500 - dalam hal ini, dua angka nol bisa signifikan atau bisa tidak signifikan. (signifikan jika aslinya memang 500, tidak signifikan jika aslinya tidak 500 misal: 496 atau 455 yang dibulatkan ke ratusan terdekat.) Sehingga untuk memperjelas digunakan tanda strip misal: $50\overline{0}$ dan $12\overline{0}000$ disini mempunyai 3 angka signifikan

Rangkuman :

1. Aproksimasi merupakan cara pendekatan atau pembulatan dari hasil suatu pengukuran yang dilakukan.
2. Aturan pembulatan adalah jika angka berikutnya 5 atau lebih dari 5 maka angka didepannya ditambah satu, tetapi jika angka

berikutnya kurang dari 5 maka angka tersebut dihilangkan dan angka didepannya tetap.

3. Cara pembulatan dapat dilakukan dengan pembulatan ke ukuran satuan terdekat, pembulatan ke banyaknya angka desimal, dan pembulatan ke banyaknya angka-angka yang signifikan.

Latihan 1 :

1. Manakah dari pernyataan berikut ini yang eksak (ditemukan dengan membilang) dan mana yang merupakan pendekatan (ditemukan dengan pengukuran). Jelaskan !
   a. Waktu yang digunakan untuk memasak makanan
   b. Banyaknya kancing yang diperlukan untuk satu kemeja panjang
   c. Harga 1 kg gula pasir
   d. Volume minyak dalam botol ialah 1 liter
   e. Jumlah uang yang dikumpulkan oleh suatu kelas untuk dana sosial
   f. Kecepatan kendaraan yang menabrak pohon.
   g. Banyaknya gula yang diperlukan untuk membuat kue tar
   h. Beratnya suatu paket ialah 235 gram
   i. Banyaknya rupiah untuk menukar uang kertas Rp. 1000,-
2. Jelaskan cara membulatkan 684573 ke :

   a. puluhan b. ratusan c. ribuan d. puluh ribu yang terdekat

3. Bulatkan sampai satu tempat desimal : Jelaskan !

   a. 4,89   b. 0,453   c. 308,04   d. 48,08   e. 13,2503

4. Bulatkan bilangan ini sampai banyaknya angka signifikan yang dinyatakan dalam kurung : Jelaskan !

   a. 3,832 (1)   d. 0,00529 (2)

   b. 28,091 (4)   e. 3,2416 (3)

   c. 17,929 (3)

5. Jelaskan cara menyatakan $1\frac{2}{7}$ cm sebagai pecahan desimal dan bulatkan sampai :

   a. seperpuluhan cm terdekat   c. 3 tempat desimal

   b. 2 angka signifikan   d. 3 angka signifikan

Bab III

Pengukuran

A. Kesalahan Hasil Pengukuran

Selisih antara ukuran sebenarnya dan ukuran yang di peroleh dari pengukuran itu disebut kesalahannya. Besarnya kesalahan ini dapat diperkecil dengan menggunakan alat pengukur yang lebih teliti dan cara pengukuran yang lebih teliti pula. Akan tetapi, hasil pengukuran tidak akan pernah eksak sekalipun tidak terjadi kesalahan cara mengukurnya. Oleh karena itu, kita perlu mengetahui pada setiap keadaan, sampai di mana kita dapat mempercayai pengukuran kita, yaitu kita harus mengetahui kesalahan maksimum yang dapat di tenggang.

Berikut ini akan diuraikan beberapa macam kesalahan :

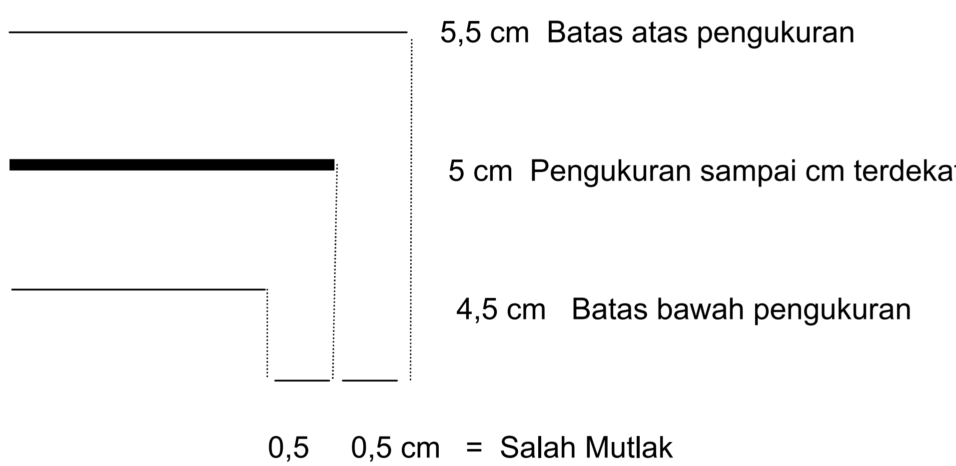
a. Salah Mutlak
b. Salah Relatif
c. Persentase Kesalahan

1. Salah Mutlak

Pandanglah pengukuran suatu panjang baut. Jika kita menggunakan penggaris yang ditera dalam sentimeter, maka kita dapat mengatakan bahwa panjangnya ialah 5 cm. Ini tidak berarti bahwa panjangnya 5 cm. Kita mengatakan bahwa pengukuran ini tepat sampai sentimeter terdekat, dan kita mengatakan bahwa satuan terkecil dari pengukuran ialah 1 cm.

Jadi panjang sebenarnya ialah lebih dekat ke 5 cm dari pada ke 4 cm atau ke 6 cm, yaitu panjangnya terletak pada suatu tempat antara 4,5 cm dan 5,5 cm dan kesalahannya sebesar-besarnya 0,5 cm. Kita mengatakan bahwa salah mutlaknya ialah 0,5 cm.

Perhatikan dari penjelasan gambar berikut ini bahwa batas atas panjang baut ialah 5,5 cm dan batas bawahnya ialah 4,5 cm Dengan demikian salah mutlak adalah setengah dari satuan ukuran terkecil.



Jadi dapat disimpulkan bahwa :

salah mutlak = ½ x satuan ukuran terkecil

Contoh :

Seorang siswa dari program keahlian Tata Boga akan membuat kue, bahan yang diperlukan 0,6 kg tepung dan 8 butir telor ayam.

Dari keadaan tersebut dapat diketahui aspek pengukuran sebagai berikut :

Tepung :

Satuan ukuran terkecil = 0,1 kg

Jadi salah mutlak = ½ x 0,1 kg = 0,05 kg

Batas atas pengukuran = 0,65 kg

Batas bawah pengukuran = 0,55 kg

Telor :

Banyaknya telor ayam tepat 8 butir (eksak)

2. Salah Relatif

Besar kecilnya kesalahan sebetulnya dapat ditentukan oleh teliti tidaknya alat yang digunakan. Memilih alat ukur yang digunakan harus disesuaikan dengan kebutuhannya.

Misalnya : seseorang bekerja membuat garis pinggir dari suatu lapangan sepakbola. Suatu kesalahan sebesar 1 cm sampai 5 cm adalah relatif tidak penting. Akan tetapi, suatu kesalahan 1 cm saja yang di perbuat oleh seorang tukang kayu akan menggagalkan pekerjaannya. Demikian halnya jika kita membuat kue dengan tepung 2 kg, yang dibubuhi esens terlalu banyak ½ cangkir, akibatnya kue itu tidak enak dimakan. Sering kali kita memandang suatu kesalahan dibandingkan dengan pengukuran yang sebenarnya. Karena itu kita menggunakan istilah salah relatif (nisbi).

Salah relatif dirumuskan sebagai berikut :

$$\text{Salah Relatif} = \frac{\text{salah mutlak}}{\text{hasil pengukuran}}$$

Contoh :

Seorang siswa membeli kain yang panjangnya 2,5 meter dengan satuan ukuran terkecil 0,1 meter, berapakah salah relatif dari pengukuran yang dilakukan ?

Jawab : Salah mutlak = ½ x 0,1 m = 0,05 m

$$\text{Salah relatif} = \frac{0{,}05}{2{,}5} = \frac{5}{250} = \frac{1}{50}$$

3. Persentase Kesalahan

Untuk menghitung persentase kesalahan dari suatu pengukuran , terlebih dahulu dicari salah relatif dari pengukuran itu, kemudian mengalikan dengan 100 % (yaitu dengan 1)

Jadi persentase kesalahan dirumuskan sebagai berikut :

$$\boxed{\text{Persentase Kesalahan} = \text{Salah relatif} \times 100\ \%}$$

Contoh :

Sepucuk surat setelah ditimbang, ternyata beratnya 0,8 gram.

Carilah persentase kesalahan pengukuran itu ?

Jawab : satuan ukuran terkecil = 0,1 gram

Salah mutlak = ½ x 0,1 gram = 0,05 gram

$$\text{Salah relatif} = \frac{0{,}05}{0{,}8} = \frac{5}{80}$$

$$\text{Persentase kesalahan} = \frac{5}{80} \times 100\ \% = 6{,}25\ \%$$

B. Toleransi

Pada industri modern yang menggunakan metode-metode produksi massal, bagian-bagian alat sering kali dibuat dalam pabrik-pabrik yang berbeda yang kemudian dikirim ke pabrik induk untuk dirakit. Karena itu penting sekali memastikan bahwa bagian-bagian alat itu dibuat cukup teliti, supaya cocok bila dirakit. Untuk itu biasanya kita menentukan kesalahan maksimum ukuran yang diperbolehkan dalam pembuatan bagian-bagiannya. Misalnya: Di sebuah pabrik kendaraan baut-bautnya dibuat dengan mesin dan diharuskan berdiameter 6 mm spesifikasinya mungkin memperbolehkan diameternya antara 5,8 mm dan 6,2 mm. Selisih antara batas-batas ini yaitu 0,4 mm, disebut toleransi dalam pengukuran dan dinyatakan dengan (6 ± 0,2) mm.

Jadi toleransi dalam pengukuran ialah selisih antara pengukuran terbesar yang dapat diterima dan pengukuran yang terkecil yang dapat diterima.

Contoh :

Toleransi yang diperkenankan untuk massa (15 ± 0,5) gram, berarti massa terbesar yang dapat diterima ialah 15 + 0,5 = 15,5 gram dan massa terkecil yang dapat diterima ialah 15 – 0,5 = 14,5 gram sehingga toleransinya adalah 1 gram.

C. Batas-batas Pengukuran

1. Penjumlahan Hasil Pengukuran

Untuk mengetahui batas-batas jumlah dari dua pengukuran perhatikan contoh berikut ini :

Contoh :

Berapakah batas-batas jumlah dari hasil-hasil pengukuran 5,2 cm dan 3,6 cm, masing masing dibulatkan ke 0,1 cm terdekat ?

Jawab :

Pengukuran 5,2 cm terletak dalam jangkauan (5,2 ± 0,05) cm, yaitu antara 5,15 cm dan 5,25 cm

Pengukuran 3,6 cm terletak dalam jangkauan (3,6 ± 0,05) cm, yaitu antara 3,55 cm dan 3,65 cm

Jumlah maksimum diperoleh dari jumlah batas atas pengukuran yang pertama dengan batas atas pengukuran yang kedua, sedangkan jumlah minimum diperoleh dari jumlah batas bawah pengukuran yang pertama dengan batas bawah pengukuran yang kedua

Jadi jumlah maksimum adalah 5,25 cm + 3,65 cm = 8,90 cm dan jumlah minimum adalah 5,15 cm +3,55 cm = 8,70 cm

Perhatikan bahwa ternyata jumlah pengukuran 8,8 cm mempunyai salah mutlak 0,10 cm, yang sama dengan jumlah dari salah mutlak dalam pengukuran-pengukuran asal.

Jadi, pengukuran-pengukuran kalau dijumlahkan , maka salah mutlak dari jumlah pengukuran sama dengan jumlah salah mutlak dari tiap pengukuran asal.

2. Pengurangan Hasil Pengukuran

Untuk mengetahui batas-batas selisih dari dua pengukuran perhatikan contoh berikut ini :

Contoh :

Berapakah batas-batas selisih antara hasil-hasil pengukuran 5 cm dan 3 cm, masing masing dibulatkan ke sentimeter terdekat ?

Jawab :

Pengukuran 5 cm terletak dalam jangkauan (5 ± 0,5) cm, yaitu antara 4,5 cm dan 5,5 cm

Pengukuran 3 cm terletak dalam jangkauan (3 ± 0,5) cm, yaitu antara 2,5 cm dan 3,5 cm

Selisih maksimum didapat dari jika nilai terbesar dari pengukuran yang pertama dikurangi dengan nilai terkecil dari pengukuran yang kedua.Jadi, jumlah maksimum = 5,5 cm - 2,5 cm = 3 cm

Selisih minimum didapat dari jika nilai terkecil dari pengukuran yang pertama dikurangi dengan nilai terbesar dari pengukuran yang kedua

Jadi, selisih minimum = 4,5 cm - 3,5 cm = 1 cm

Perhatikan bahwa ternyata selisih pengukuran 2 cm mempunyai salah mutlak 1 cm, yang sama dengan jumlah dari salah mutlak dalam pengukuran-pengukuran asal.

Jadi, jika hasil-hasil pengukuran dikurangkan, maka salah mutlak selisih pengukuran sama dengan jumlah salah mutlak dari tiap pengukuran asal.

3. Perkalian Hasil-hasil Pengukuran

Untuk mengetahui batas-batas maksimum dan minimum perkalian dari dua pengukuran perhatikan contoh berikut ini :

Contoh :

Berapakah batas-batas luas persegi panjang dengan panjang 4,5 m dan lebar 3,4 m, masing masing dibulatkan ke 0,1 m terdekat ?

Jawab :

Pengukuran 4,5 m terletak dalam jangkauan (4,5 ± 0,05) m, yaitu antara 4,45 m dan 4,55 m

Pengukuran 3,4 m terletak dalam jangkauan (3,4 ± 0,05) m, yaitu antara 3,35 m dan 3,45 m

Luas maksimum yang mungkin = (4,55 x 3,45) m^2 = 15,6975 m^2

Luas minimum yang mungkin = (4,45 x 3,35) m^2 = 14,9075 m^2

Jadi luas sebenarnya terletak antara 14,9075 m^2 dan 15,6975 m^2 . Padahal luas yang dihitung atas dasar pengukuran panjang dan lebar adalah (4,5 x 3,4) m^2 = 15,3 m^2

Jadi dapat disimpulkan bahwa :

Luas maksimum = batas atas I x batas atas II

Luas minimum = batas bawah I x batas bawah II

Rangkuman :

1. Salah mutlak = ½ x satuan ukuran terkecil.
2. $\text{Salah Relatif} = \dfrac{\text{salah mutlak}}{\text{hasil pengukuran}}$
3. Persentase Kesalahan = Salah relatif x 100 %
4. Toleransi dalam pengukuran ialah selisih antara pengukuran terbesar yang dapat diterima dan pengukuran yang terkecil yang dapat diterima.
5. jika hasil-hasil pengukuran dijumlahkan , maka salah mutlak jumlah pengukuran sama dengan jumlah salah mutlak dari tiap pengukuran asal.
6. jika hasil-hasil pengukuran dikurangkan, maka salah mutlak selisih pengukuran sama dengan jumlah salah mutlak dari tiap pengukuran asal.

Latihan 2 :

1. Jelaskan dan lengkapi daftar berikut ini :

Pengukuran	Satuan ukuran terkecil	Salah mutlak	Batas atas pengukuran	Batas bawah pengukuran
a. 8 cm b. 6,7 m c. 37,2 gram d. 8,63 m^2				

2. Tinggi seorang anak laki-laki ialah 153 cm, teliti sampai sentimeter terdekat. Antara batas-batas manakah letak tinggi yang sebenarnya dan jelaskan?
3. Carilah salah relatif dan persentase kesalahan dari hasil pengukuran berikut :

   a. 11 cm b. 0,8 kg c. 4,15 m d. 0,000025 ton
4. Nyatakan ukuran –ukuran yang dapat diterima yang terbesar dan terkecil berikut ini dan jelaskan toleransinya :

   a. (125 ± 4) detik c. (2,58 ± 0,007) mm

   b. (1,02 ± 0,03) dm d. (1046 ± 2,5) km^2
5. Carilah batas-batas atas dan bawah dari jumlah dan selisih yang sebenarnya dari pengukuran – pengukuran berikut ini :

   a. 7,6 gram dan 2,9 gram c. 1276 km dan 291 km

   b. 3,16 mm dan 0,85 mm d. 25,74 m dan 2,5 m

6. Berapakah panjang minimum kawat yang harus dibeli supaya cukup untuk membuat bingkai dari suatu segi lima beraturan dengan sisi 15 cm
7. Panjang dan lebar sampul diukur sampai sentimeter terdekat dan hasilnya masing-masing 12 cm dan 10 cm. Carilah jangkauan yang mungkin dari keliling sampul itu.
8. Panjang segulungan kawat ialah (250 ± 10) meter . Saya hendak memotong 10 potongan masing-masing sepanjang 15 meter dari gulungan itu , tetapi pengukuran setiap potong mempunyai salah mutlak sebesar 0,1 m. Dalam batas-batas mana sisa potongannya?
9. Dari 2,10 meter panjang kain , dipotong sebagian yang panjangnya 65,5 cm . Berapakah batas-batas dari sisanya ? Jelaskan !
10. Jelaskan batas-batas dari luas suatu pekarangan yang berbentuk segitiga siku-siku dengan sisi-sisi tegak 9 m dan 6 m

Lembar Tugas

1. Pada waktu melaksanakan praktik , ketiga siswa melakukan pengukuran panjang yang masing-masing hasilnya dinyatakan 0,03 dm , 3 mm dan 0,3 cm. Dengan melihat hasil pengukuran tersebut manakah yang lebih teliti ? Jelaskan alasannya.
2. Bulatkan 16,478 kg kebanyaknya signifikan dan jelaskan arti pembulatannya.
   a) 4 angka signifikan
   b) 2 angka signifikan
   c) 1 angka signifikan
3. Panjang dan lebar sampul diukur sampai mm terdekat yang hasilnya 20,6 cm dan 15,4 cm. Prakirakan jangkauan dari panjang keliling sampul tersebut.
4. Kain sepanjang 60 cm dibulatkan ke cm terdekat, di potong-potong menjadi 4 bagian yang sama panjang. Prakirakan letak ukuran sebenarnya dari hasil potongannya.
5. Lembaran kain berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 30,2 cm dan lebar 12,5 cm (dibulatkan ke millimeter terdekat). Tentukan prakiraan luasnya dan tentukan toleransi luasnya.

Bab IV

Penutup

Bahan ajar ini membahas konsep aproksimasi dalam masalah pengukuran secara umum, belum memberikan contoh-contoh dari semua program keahlian yang ada di Sekolah Menengah Kejuruan. Pada akhir setiap pembahasan diberikan soal latihan dan apabila ada kesulitan dalam menjawab soal latihan dapat didiskusikan dengan peserta lain.

Agar peserta diklat dapat lebih memahami konsep aproksimasi dalam masalah pengukuran yang sesuai dengan program keahlian yang diajarkan di sekolah, disarankan peserta mendiskusikan dengan peserta lain untuk mengembangkan dan memberikan contoh-contohnya.

Daftar Pustaka

Abdul kodir dkk, 1976, *Matematika untuk SMA*, Jakarta, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan

E.T. Ruseffendi, 1989, *Dasar – dasar Matematika Modern dan Komputer untuk Guru*, Bandung, Tarsito

Gerard Polla dkk, 1982, *Matematika untuk SMTK*, Jakarta, Direktorat Pendidikan Menengah Kejuruan.

PAUL CALTER, 1979, *Theory and Problems of Technical Mathematics*, Schaum's outline, Mc-GRAW.HILL BOOK COMPANY

ST. NEGORO – B. HARAHAP, 1985, *Ensiklopedia Matematika*, Jakarta, Ghalia Indonesia.

http : // www.mc.edu / courses /csc / 110 / module 4-1.html