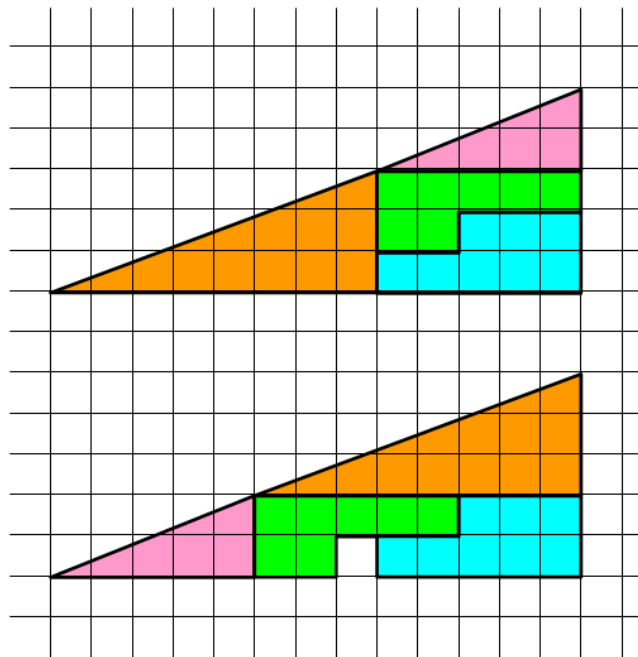


## SEBUAH PENGEMBANGAN PARADOKS LUAS GEOMETRI

oleh Sumardiyono, M.Pd.

Sebuah paradoks merupakan sebuah pertentangan antara apa yang dipikirkan kebanyakan orang (*common sense*) dengan apa yang sebenarnya terjadi (*the truth*). Fakta atau pun kebenaran matematis yang melatarbelakangi sebuah masalah paradoks, tidak mudah dipahami oleh semua. Untuk dapat memahami sebuah paradoks matematika, dibutuhkan kecermatan dan ketaatan azas pada matematika. Namun dengan belajar dari sebuah paradoks matematika, seseorang akan belajar untuk berpikir secara cermat dan taat azas. Selain itu, dengan memahami sebuah paradoks matematika, orang akan lebih menghargai kegunaan matematika.

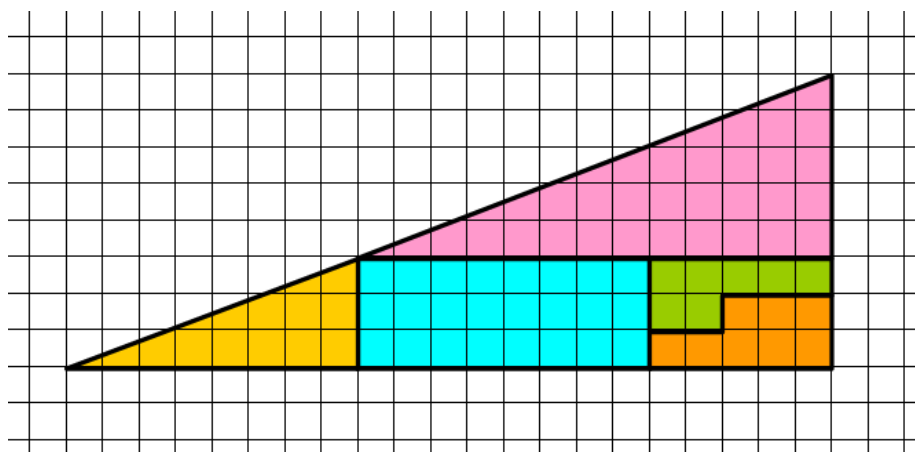
Pada artikel kali ini, penulis akan membahas sebuah pengembangan paradoks geometri mengenai luas. Untuk itu, perhatikan bentuk yang terkenal dari sebuah paradoks geometri di bawah ini.

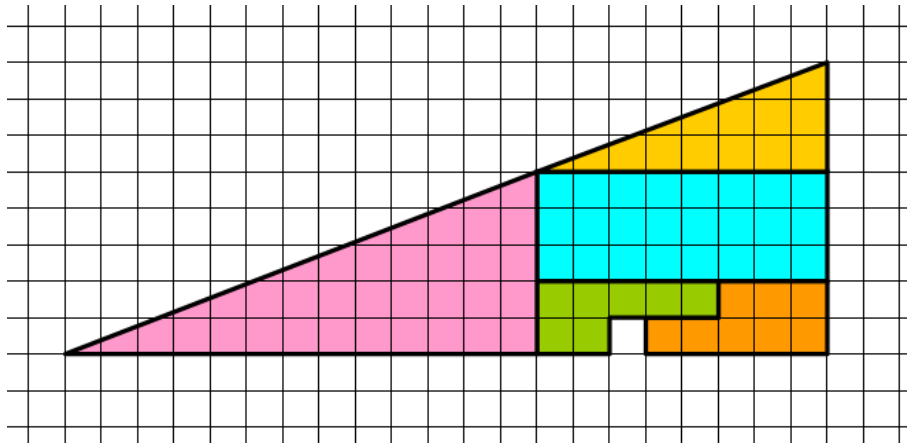


Terdapat empat buah bangun geometri: dua segitiga dan dua segienam, seperti tampak pada gambar di atas. Pada bagian atas, terbentuk sebuah segitiga siku-siku yang utuh dengan ukuran sisi-sisi penyiku: 5 dan 13 (sehingga luasnya 32,5 satuan luas). Namun jika disusun ulang seperti bagian bawah gambar, tampak bahwa tetap dapat terbentuk sebuah “segitiga” siku-siku dengan sisi-sisi penyiku: 5 dan 13, namun tidak utuh karena terdapat sebuah lubang berukuran 1 satuan luas. Mengapa demikian? Tampak menjadi sebuah paradoks: dengan bentuk yang sama (segitiga) tetapi luas berbeda (ada yang utuh dan ada yang bolong).

Bagi Anda yang cermat, mungkin paradoks di atas dapat dipecahkan. Mengapa? Ini dapat dipahami bila kita mencermati bentuk segitiga yang terjadi. Memang, sisi-sisi penyiku kedua segitiga sama persisi, namun bagaimana dengan sisi miringnya? Dengan mencermati secara seksama, hipotenusa pada kedua segitiga pada gambar di atas tampak tidak benar-benar lurus. Jadi, secara visual masalah paradoks di atas dapat menimbulkan kecurigaan pada asumsi bahwa keduanya merupakan segitiga. Dengan kecurigaan ini, orang kemudian dapat menghitung kemiringan kedua “potongan” yang membentuk hipotenusa. Secara matematis, kemiringan hipotenusa kedua potongan segitiga berbeda, yaitu  $2/5 = 0,4$  dan  $3/8 = 0,375$ . Ternyata dapat dipastikan bahwa kedua bentuk “segitiga” pada gambar tidak benar-benar sebuah segitiga. Tampak seperti bangun segitiga, namun sesungguhnya merupakan segiempat.

Di bawah ini, penulis membuat sebuah paradoks geometri yang sejenis tetapi **secara visual lebih sulit** untuk mendeteksi ketidakberesan hipotenusa pada segitiga.





Tampak pada masalah paradoks geometri di atas, bahwa walaupun kedua “segitiga” dibentuk dari lima potongan bangun yang sama (dua segitiga, dua segienam, dan sebuah persegi panjang) namun segitiga yang satu kehilangan luas 1 satuan luas.

Dibanding dengan masalah paradoks mula-mula, maka pada masalah paradoks yang baru ini, tidak mudah untuk menangkap secara visual adanya ketidakberesan pada hipotenusa kedua segitiga. Bila dihitung kemiringan masing-masing potongan hipotenusa, maka diperoleh  $3/8 = 0,375$  dan  $5/13 = 0,3846\dots$ . Kedua gradien ini memiliki selisih yang lebih kecil dibanding selisih kemiringan pada masalah paradoks mula-mula.

Jadi, masalah paradoks geometri dengan susunan 5 potongan di atas memiliki tingkat kesulitan yang lebih tinggi karena secara visual lebih sulit untuk melihat perbedaan kemiringan antara kedua potongan pada hipotesua di kedua susunan berbentuk segitiga tersebut.

Penulis mengembangkan susunan paradoks yang baru ini, berdasarkan hubungan yang terdapat pada sifat bilangan Fibonacci. Jika Anda perhatikan kembali, semua kemiringan yang terdapat pada kedua paradoks di atas merupakan perbandingan bilangan-bilangan Fibonacci; yaitu  $2/5$ ,  $3/8$ , dan  $5/13$  yang berasal dari barisan Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,  $\dots$ . Sementara adanya selisih 1 satuan yang ditandai dengan terdapatnya sebuah bolong 1 satuan persegi pada salah satu susunan “segitiga” berdasarkan suatu sifat lain bilangan Fibonacci, yaitu  $F_{n+1}F_{n+2} - F_nF_{n+3} = (-1)^n$  di mana  $F_n$  adalah suku ke- $n$  pada barisan Fibonacci (bilangan Fibonacci). Pada kasus paradoks mula-mula yang biasa terdapat pada

banyak teka-teki matematika, bersesuaian dengan sifat di atas untuk  $n = 2$ . Sementara untuk susunan paradoks baru yang penulis susun bersesuaian dengan sifat tersebut untuk  $n = 3$ .

Demikian sebuah pengembangan teka-teki yang menunjukkan sebuah paradoks geometri. Teka-teki di atas, selain menarik karena sifat paradoksalnya, juga berguna untuk menjelaskan kepada siswa tentang penggunaan sifat matematika yaitu gradien, yang sangat berguna untuk menunjukkan adanya ketidakberesan pada gambar. Bila diperhatikan hanya secara visual (menggunakan indera) maka tampak tidak ada keanehan sehingga asumsi bahwa kedua bangun benar-benar sebuah segitiga telah “menipu” pikiran.

### **Bahan bacaan**

anonim. 2009. *Fibonacci Number*. dalam [http://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci\\_number](http://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci_number) diakses pada 15 Oktober 2009.

Knott, Ron. 2010. *Harder Fibonacci Puzzle*. dalam <http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibpuzzles2.html> diakses pada 5 Mei 2010.