Pertidaksamaan Jika Dikalikan dengan Bilangan Negatif, Harus Dibalik Tandanya?

Oleh : Rachmadi Widdiharto)*

Tulisan ini disajikan berangkat dari cukup seringnya para peserta diklat menanyakan hal sebagaimana pada judul di atas. Masalah ini muncul terutama pada mata Diklat Aljabar untuk Diklat Matematika SMP. Umumnya para guru pada saat menjelaskan kepada siswanya, lebih mengarah pada 'pengumuman', suatu informasi yang harus diterima tanpa *reserve*, siswa kurang diajak bernalar, kenapa itu bisa terjadi, apa sebabnya? Jika ada pertidaksamaan $-2x + 3 < 7$ misalnya, kemudian untuk menentukan himpunan penyelesaian ada langkah yang harus dikalikan dengan $(-\frac{1}{2})$, setelah dikalikan maka tandanya pertidaksamaannya dibalik. Kenapa harus dibalik, apa memang harus dibalik, bagaimana kalau tidak dibalik? Berikut adalah beberapa alternatif penyelesaiannya (serta remediasinya) yang mungkin bisa membantu para guru di sekolah.

a. Menentukan Himpunan Penyelesaian Pertidaksamaan.

Contoh Soal :

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut :

$-2x + 3 < 7$

Penyelesaian

Alternatif 1 :

$-2x + 3 < 7$ ....(kedua ruas ditambah (-3))

$\Leftrightarrow$ $-2x + 3 + (-3) < 7 + (-3)$

$\Leftrightarrow$ $-2x < 4$ ....(kedua ruas dikalikan $(-\frac{1}{2})$)

$\Leftrightarrow$ $-2x \times (-\frac{1}{2}) < 4 \times (-\frac{1}{2})$

$\Leftrightarrow$ $x < -2$ ....(karena dikalikan negatif, *maka tanda pertidaksamaan dibalik*)

$\Leftrightarrow$ $x > -2$

sehingga HP : { x | x > -2 , x $\in$ R}

Alternatif 2 :

$-2x + 3 < 7$ ....(kedua ruas ditambah (-3))

$\Leftrightarrow$ $-2x + 3 + (-3) < 7 + (-3)$

$\Leftrightarrow$ $-2x < 4$ ....(kedua ruas ditambah (2x))

$\Leftrightarrow$ $-2x + (2x) < 4 + (2x)$

$\Leftrightarrow$ $0 < 4 + 2x$ ....(kedua ruas ditambah (-4))

$\Leftrightarrow$ $0 + (-4) < 4 + (-4) + 2x$

$\Leftrightarrow$ $-4 < 2x$ ....(kedua ruas dikalikan $(\frac{1}{2})$)

$\Leftrightarrow$ $-2 < x$ ....(dapat pula disebutkan $x > -2$)

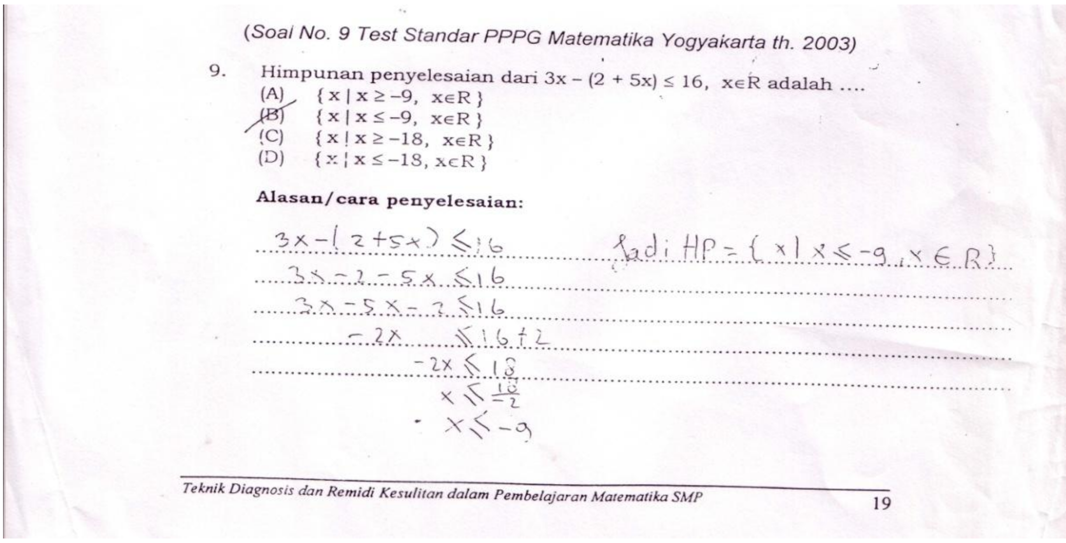
$\Leftrightarrow$ $x > -2$

sehingga HP : {x | x > -2, x $\in$ R}

Memperhatikan penyelesaian Alternatif 1, tampak penjelasan pada langkah (5) yakni *"maka tanda pertidaksamaan dibalik*" mengarah pada 'pengumuman' oleh guru, sementara untuk penyelesaian Alternatif 2 lebih baik dari pada Alternatif 1 karena ada upaya untuk meminimalisir 'pengumuman' meski ada sedikit kejanggalan ketika pada langkah 8 : $-2 < x$ .... (dapat pula disebutkan $x > -2$); karena biasanya variabel (x) disebut lebih dahulu dalam membaca pertidaksamaan.

b. Tinjuan Sebuah Kasus.

Pada Soal Tes Standar yang pernah dikembangkan PPPG Matematika pada beberapa tahun yang lalu (sekitar th 2003) ada salah satu item Tes yang menyangkut pertidaksamaan. Salah satu pekerjaan siswa yang sempat penulis cermati adalah seperti berikut ini :



(Soal No. 9 Test Standar PPPG Matematika Yogyakarta th. 2003)

9. Himpunan penyelesaian dari $3x - (2 + 5x) \le 16$, $x \in R$ adalah ....

(A) $\{x \mid x \ge -9,\ x \in R\}$

(B) $\{x \mid x \le -9,\ x \in R\}$

(C) $\{x \mid x \ge -18,\ x \in R\}$

(D) $\{x \mid x \le -18,\ x \in R\}$

Alasan/cara penyelesaian:

$3x - (2 + 5x) \le 16$ Jadi HP = $\{x \mid x \le -9, x \in R\}$

$3x - 2 - 5x \le 16$

$3x - 5x - 2 \le 16$

$-2x \le 16 + 2$

$-2x \le 18$

$x \le \frac{18}{-2}$

$x \le -9$

Teknik Diagnosis dan Remidi Kesulitan dalam Pembelajaran Matematika SMP 19

Dari 512 siswa atau responden yang menjawab benar A adalah 17, 67%; 28,33% menjawab B, 5,00% siswa menjawab C, dan 41, 67% siswa tidak mengerjakan. Hanya sedikit siswa yang menjawab benar. Hal itu terjadi karena nampaknya mereka sudah merasa bingung melihat notasi pertidaksamaan serta kurang memahami konsep pertidaksamaan. Dari apa yang dikerjakan oleh siswa tersebut, sebenarnya dia sudah cukup bagus dalam menyelesaikan operasi aljabar dari langkah ke1 – ke 5, sementara pada langkah ke 6 siswa terjadi kesalahan karena ketika mengalikan kedua ruas dengan $(-\frac{1}{2})$, notasi pertidaksamaannya tidak dibalik. Mungkin hal inilah sebagai ’buah’ dari pembelajaran yang mengedepankan ’pengumuman’, *rote learning*, dan bukan *constructive learning*, sehingga anak lupa untuk membaliknya.

c. Alternatif Remediasi yang Bisa Dilakukan

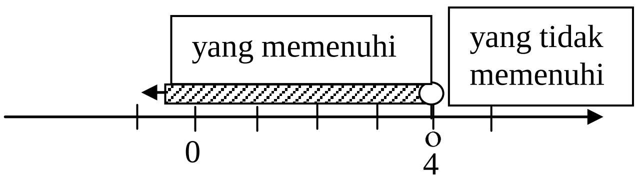
Dari contoh kasus di atas, alternatif remediasi yang bisa dilakukan antara lain sebagai berikut (Widdiharto, 2008):

1. Mengulang atau menjelaskan kembali tentang pemahaman pertidaksamaan; $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ pada bilangan bulat dengan contoh yang sederhana, misalnya $2 < 7$; $6 > 3$; $-3 < 5$; $3 \leq 3$; dan seterusnya
2. Setelah paham, dilanjutkan dengan pertidaksamaan yang memuat variabel dengan operasi penjumlahan atau pengurangan yang sederhana, misalnya: $2 + x < 6$; $x - 5 > 3$; dan seterusnya.
3. Untuk menyelesaikan butir 2, akan lebih baik jika digambarkan secara geometris yakni dengan garis bilangan (tidak secara aljabar semata), sehingga akan kelihatan mana daerah yang memenuhi dan mana yang tidak memenuhi penyelesaian, misalnya;

   $2 + x < 6$

   $\Leftrightarrow x < 6 - 2$

   $\Leftrightarrow x < 4$



   Pada penggambaran dengan garis bilangan ini, siswa bisa mengambil beberapa nilai, kemudian mencobakannya untuk mengecek hasil yang diperoleh.

4. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa apabila pertidaksamaan kedua ruas dikalikan dengan bilangan negatif, bisa dimulai dengan pembenaran induktif misalnya :
   a. $2 < 7$ adalah pernyataan yang benar dan apabila kedua ruas dikalikan dengan (-1) diperoleh : $-2 < -7$, sehingga diperoleh penyataan yang tidak benar karena $-2 \not< -7$. Supaya pernyataan tersebut menjadi benar notasi pertidaksamaan harus dibalik, yaitu: $-2 > -7$

b. $2 > -4$ adalah pernyataan yang benar dan apabila kedua ruas dikalikan dengan $(-\frac{1}{2})$,diperoleh: $-1 > 2$, sehingga diperoleh pernyataan yang tidak benar karena $-1 \not> 2$. Supaya pernyataan menjadi benar notasi pertidaksamaan harus dibalik, yaitu: $-1 < 2$

c. $-3 < -2$ adalah pernyataan yang benar dan apabila kedua ruas dikalikan dengan $(-\frac{1}{3})$, diperoleh $1 < \frac{2}{3}$, sehingga diperoleh pernyataan yang tidak benar karena $1 \not< \frac{2}{3}$. Supaya pernyataan menjadi benar notasi pertidaksamaan harus dibalik, yaitu: $1 > \frac{2}{3}$, dan seterusnya.

d. Kesimpulan : Dalam pengerjaan pertidaksamaan apabila kedua ruas dikalikan dengan bilangan negatif maka notasi pertidaksamaannya *harus dibalik*.

Untuk siswa jenjang SMP, nampaknya pendekatan induktif ini cukup bisa diterima mengingat usia perkembangan mereka masih pada transisi dari *concrete operations* ke *formal thought* (Wadsworth, 1994), dan itu yang semestinya guru juga menjelaskannya. Namun demikian jika memungkinkan tidak ada salahnya jika para guru juga memahami pembuktian secara deduktifnya.

Secara deduktif, permasalahan ini bisa ditunjukkan sebagai berikut (Krismanto, 2009) :

Diketahui : $x > y$ dan $n < 0$

Buktikan : $nx < ny$

Bukti : $x > y$ berarti $x - y > 0$ …… (arti $x > y$)

$\Leftrightarrow (x - y) \times (-n) > 0$ …….. (perkalian dengan bil.positif)

$\Leftrightarrow -nx + ny > 0$ ……. (sifat distributif)

$\Leftrightarrow -(-nx - ny) < 0$ .... (sifat aditif)

$\Leftrightarrow nx - ny < 0$ .... (sifat perkalian)

$\Leftrightarrow nx < ny$ .... (arti bilangan negatif)

d. Sifat Perkalian dan Implikasinya.

Beberapa sifat perkalian diantaranya adalah (bil. positif) × (bil. negatif)= bil.

negatif, (bil. negatif) $\times$ (bil. negatif) = bil. positif dan sebagainya. Sifat-sifat ini kekonsistenannya biasanya dapat ditunjukkan dengan pola. Sifat-sifat tersebut apabila kita kaitkan dengan pertidaksamaan, akan sedikit menimbulkan 'kejanggalan'. Bilangan negatif dikalikan dengan bilangan negatif akan diperoleh bilangan positif. Sementara kita memahami bahwa yang namanya bilangan negatif itu, *nilai*-nya adalah lebih kecil dengan bilangan positif manapun, bahkan dengan bilangan 0 sekalipun. Artinya, -1 itu nilainya adalah lebih kecil dari pada bilangan positif 0,00000001 misalnya. Nilai -1 juga lebih kecil dari pada 0. Pada pemahaman tentang konsep pertidaksamaan (yang notasinya : $>, <, \leq,$ dan $\geq$) yang kita bandingkan adalah nilai-nya; $2 < 5$; $-2 < 3$; $5 \geq 3$, dan seterusnya.

Pada pertidaksamaan, notasi pertidaksamaanya tidak berubah tandanya apabila dikalikan dengan bilangan positif, tidak merubah nilai awalnya (sebelum dikalikan). Artinya, bilangan positif dikalikan bilangan positif ya...tetap positif, bilangan negatif dikalikan bilangan positif ya....tetap negatif. Dengan demikian untuk pertidaksamaan apabila dikalikan dengan bilangan positif tidak perlu merubah tandanya.

Namun demikian, pertidaksamaan ini berubah "nilai"-nya *tatkala* kita mengalikan kedua ruas dengan bilangan negatif. Ini bisa terjadi karena dari sifat perkalian, ketika kita kalikan kedua ruas dengan bilangan negatif, nilainya menjadi berubah dari nilai awalnya. Artinya, ketika bilangan positif dikalikan bilangan negatif hasilnya menjadi negatif ...berubah (positif $\rightarrow$ negatif), sementara ketika bilangan negatif dikalikan bilangan negatif hasilnya menjadi positif .....berubah (negatif $\rightarrow$ positif). Dengan demikian agar tidak menimbulkan 'kejanggalan' dan tetap konsisten dengan konsep pertidaksamaan (bahwa yang dibandingkan adalah nilainya) maka notasi pertidaksamaan tandanya harus dibalik.

Sebenarnya, apa yang muncul pada masalah ini tidak lain adalah sesuatu yang tidak asing bagi dunia matematika. Matematika dibangun oleh sebuah asumsi, kesepakatan, definisi, konsep, dengan kebenaran konsisitensi yang mengikuti pola deduktif – aksomatis. Sejauh kesepakatan tentang konsep pertidaksamaan tetap dirujuk, sifat-sifat perkalian konsisten dengan kebenaran matematisnya maka deduktif maupun induktif sebagai implikasinya tetap bisa ditunjukkan.

Dengan demikian kembali pada pertanyaan judul di atas, "Pertidaksamaan jika dikalikan dengan bilangan negatif, harus dibalik tandanya ?", maka jawabnya adalah "Ya', namun diharapkan kepada para guru mohon untuk tidak begitu saja informasikan itu disajikan sebagai 'pengumuman' yang tanpa *reserve*. Paradigma *constructivism* hendaknya juga dikedepankan, kemahiran matematika yang salah satunya *reasoning and communication skill* (Van de Walle,1997) perlu juga diperhatikan. Setidaknya, wacana pada Alternatif 2, proses remediasi secara induktif, pembuktian secara deduktif, maupun sifat perkalian dan implikasinya sebagaimana disebutkan di atas, bisa dipilih guru dalam membelajarkan siswanya khususnya tentang pertidaksamaan, dan umumnya dalam mencerdaskan anak bangsa ini, semoga bermanfaat, terimakasih.

******medio oktober, 2011***

****) Rachmadi Widdiharto, Widyaiswara PPPPTK Matematika Yogyakarta.***

Referensi;

Krismanto Al (2009). *Aljabar*, Bahan Ajar Diklat Guru Pengembang/Instruktur Matematika SMP Jenjang Dasar, PPPPTK Matematika Yogyakarta

Van de Walle, John A. (1994). *Elementary and Middle School Mathematics-Teaching Developmentally,* Addson Wesly, Longman Inc.

Wadsworth, Barry J. (1984). *Piaget's Theory of Cognitive and Affective Development,* Longman Inc., NY.

Widdiharto, Rachmadi (2008). *Diagnostik Kesuliatan Belajar Matematika SMP dan Alternatif Remedinya* , Paket Fasilitasi KKG/MGMP Matematika SMP, PPPPTK Matematika Yogyakarta