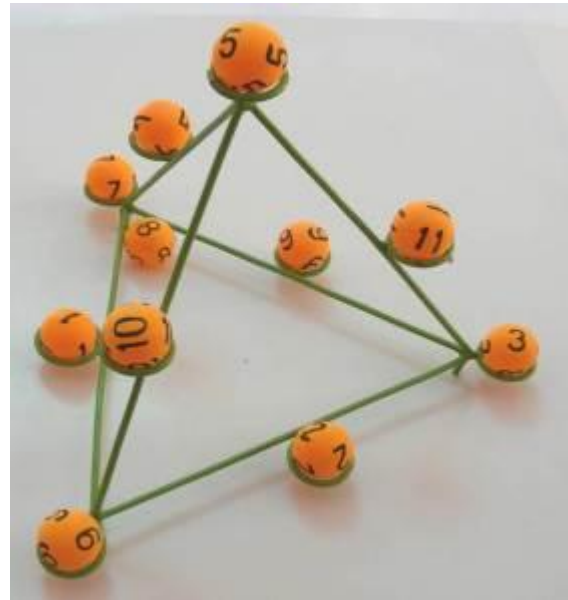


TETRAHEDRON AJAIB

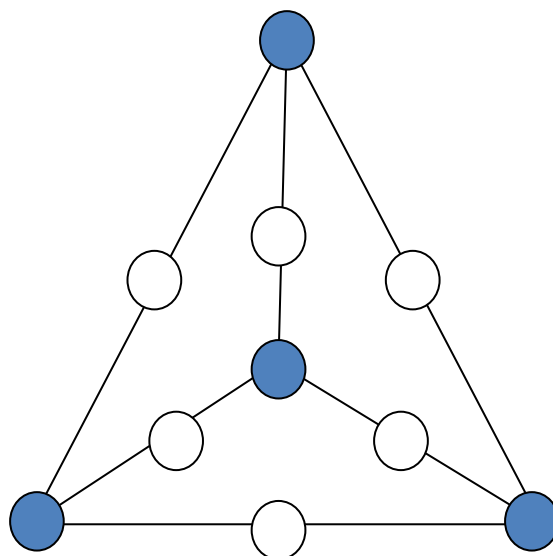
Jakim Wiyoto

Tetrahedron Ajaib adalah salah satu permainan pemecahan masalah bilangan. Tantangan dalam permainan ini adalah menyusun bilangan-bilangan pada rusuk tetrahedron sedemikian sehingga jumlah bilangan pada masing-masing rusuk sama untuk seluruh rusuknya. Tersedia bilangan 1 sampai dengan 11.



Ada banyak cara menyelesaikan tantangan ini. Salah satunya adalah dengan coba-coba (*trial and error*). Kita tempatkan bilangan-bilangan secara sembarang ke rusuk-rusuknya. Tetapkan jumlah bilangan pada rusuk yang akan dituju. Pertukarkan bilangan-bilangan yang sudah terpasang agar jumlah bilangan pada setiap rusuknya sama.

Strategi lain yang dapat dipilih adalah dengan cara menentukan dulu pola susunan bilangan yang mungkin merupakan solusi. Mari kita kupas lebih jauh cara ini. Untuk memudahkan penjelasan, alat digambar dalam dua dimensi sebagai berikut.



Tantangannya adalah menempatkan bilangan-bilangan pada sepuluh titik. Tersedia 11 bilangan, yaitu bilangan 1 sampai dengan 11.

Baiklah kita inventarisir fakta-fakta yang ada:

- Fakta 1. Bilangan yang tersedia terdiri dari lima bilangan genap, yaitu 2, 4, 6, 8, dan 10; dan enam bilangan ganjil, yaitu 1, 3, 5, 7, 9, dan 11.
- Fakta 2. Terdapat sepuluh “tempat bilangan” yang harus kita isi, terdiri dari empat tempat di titik sudut (berwarna biru) dan enam tempat bukan di titik sudut (berwarna putih).
- Fakta 3. Setiap rusuk terdiri atas tiga bilangan.

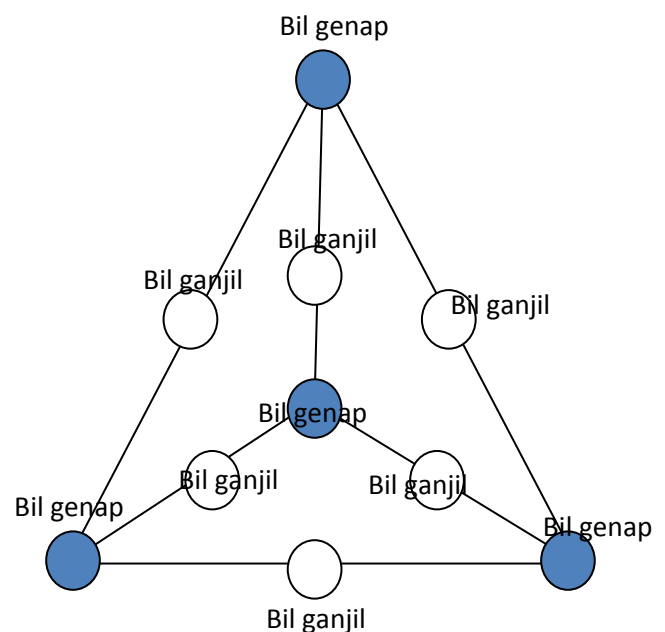
Dengan fakta-fakta di atas mari kita buat “dugaan” kita mengenai solusinya. Mari kita mulai dengan fakta nomor 3. Susunan yang mungkin dari tiga angka adalah:

- Ketiganya bilangan genap. Jumlah tiga bilangan genap adalah bilangan genap.
- Ketiganya bilangan ganjil. Jumlah tiga bilangan ganjil adalah ganjil.
- Dua bilangan ganjil, dan satu genap. Jumlahnya berupa bilangan genap.
- Dua bilangan genap, dan satu ganjil. Jumlahnya berupa bilangan ganjil.

Susunan dengan pola a) semua rusuk terisi bilangan genap tidak mungkin dilakukan, karena kita hanya mempunyai lima bilangan genap (fakta 1). Demikian juga susunan b). Jadi susunan yang mungkin adalah susunan c) dan d). Mari kita sempitkan lagi kemungkinan susunannya, agar “dugaan” kita semakin mengerucut sehingga mudah disusun bilangannya. Untuk ini kita lihat fakta 1. dan fakta 2. Disediakan lima bilangan genap dan enam bilangan ganjil, sementara disediakan tempat empat di titik sudut dan enam di bukan titik sudut. Bisa diduga susunan yang mungkin adalah:

- Tiap rusuk terdiri dari dua bilangan genap, dan satu ganjil,
- Pada titik-titik sudutnya ditempatkan bilangan genap,
- Seluruh bilangan ganjil bisa ditempatkan (terpakai) dan satu bilangan genap tidak terpakai.

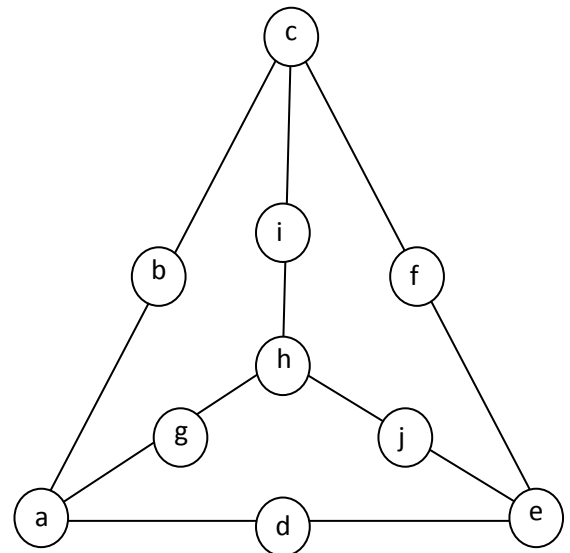
Selesai! Kita tinggal menempatkan bilangan-bilangannya.



Ini hanyalah salah satu strateginya. Penyelesaian permainan ini tidak tunggal.

Cara lain untuk menyelesaikan permasalahan ini adalah dengan cara aljabar. Cara ini tidak kita bahas di sini, tapi gambaran umumnya sebagai berikut.

Misalkan bilangan-bilangan kita tempatkan seperti pada gambar bertikut.



Dapat disusun system persamaan sebagai berikut.

$$a + b + c + d + e + f + g + h + i + j = 66$$

$$a + b + c = k$$

$$a + d + e = k$$

$$a + g + h = k$$

$$c + f + e = k$$

$$c + i + h = k$$

$$e + j + h = k$$

Ada sepuluh variabel yang akan dicari, sementara hanya tersedia enam persamaan. Agar dapat ditemukan solusinya ditentukan terlebih dahulu sebanyak empat variabel dengan cara kita isi dengan bilangan antara 1 sampai 11.

Selesai! Tinggal kita cari penyelesaiannya. Dapat digunakan bantuan matriks dengan metode Eliminasi Gauss, bisa juga kita gunakan bantuan program komputer. Selamat mencoba!